

**Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben zur 6. Übung am 1. Oktober 2024**  
**Thema: Vektorrechnung, Analytische Geometrie im  $\mathbb{R}^2$  und im  $\mathbb{R}^3$**

**Aufgabe 1**

(b)  $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $3\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $-2\vec{a} + 3\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(c)  $|\vec{a}| = \sqrt{10} \approx 3,16$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{5} \approx 2,24$

(d)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$

Die Vektoren schließen einen Winkel von  $45^\circ$  ein.

**Aufgabe 2**

(a)  $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $3\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $-2\vec{a} + 3\vec{b} = \begin{pmatrix} -13 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$

(b)  $|\vec{a}| = \sqrt{6} \approx 2,45$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{26} \approx 5,10$

(c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$

Die Vektoren schließen einen stumpfen Winkel ein.

**Aufgabe 3**

(a)  $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13} \approx 7,21$ ,  $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{13} \approx 3,61$ ,  $|\overrightarrow{DA}| = \sqrt{65} \approx 8,06$

(c)  $F = 13$

(d)  $C = (8, 11)$

**Aufgabe 4**

(b)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 5**

(a)  $F = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0,71$

(b)  $F = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0,87$

### Aufgabe 6

(a)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

(b)  $y = 2x + 2$

(c) Nur  $P_3$  liegt auf der Geraden. Die Abstände der übrigen Punkte zur Geraden betragen

$$\text{dist}(P_1, g) = \frac{2}{5}\sqrt{5} \approx 0,89, \quad \text{dist}(P_2, g) = \frac{1}{5}\sqrt{5} \approx 0,45.$$

(d) Parameterdarstellung:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Gleichung:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

(e) Parameterdarstellung:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Gleichung:  $y = 2x - 4$

### Aufgabe 7

(a) Die Geraden schneiden sich im Punkt  $S = (2, -6)$ .

(b) Die Geraden schneiden sich nicht.

### Aufgabe 8

(a)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

(b)  $P_2$  liegt auf der Geraden,  $P_1$  nicht.

### Aufgabe 9

(a) Die Geraden schneiden sich im Punkt  $S = (5, 0, -7)$ .

(b) Die Geraden sind windschief zueinander.

### Aufgabe 10

(b) (b1) Nur  $P_2$  liegt auf der Ebene. Die Abstände der übrigen Punkte zur Ebene betragen

$$\text{dist}(P_1, \mathcal{E}) = \frac{1}{14}\sqrt{14} \approx 0,27, \quad \text{dist}(P_3, \mathcal{E}) = \frac{1}{7}\sqrt{14} \approx 0,53.$$

(b2)  $S = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

(b3)  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$

### Aufgabe 11

(a) Parameterdarstellung:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}$

parameterfreie Gleichung:  $2x - y = 4$

(b)  $2x - y = 3$