

# One and Two-Component Fluid deformable Surfaces with conserved enclosed Volume

## Derivation of numerical Approaches

Kurzfassung der Dissertation

von

**Veit Krause M.Sc.**

## Abstract

We consider two-component fluid deformable surfaces with conservation of the enclosed volume by an incompressible surface Navier-Stokes-Cahn-Hilliard model with bending forces and volume constraint. The full model is derived from the Lagrange-D'Alembert principle. To develop a numerical approach we separate the model into simpler subproblems, refer them to existing models in the literature and explain numerical approaches for the simpler models where the approach for the two-component fluid deformable surface is derived in the last chapter. We consider surface representation by a piecewise higher-order polynomial surface combined with a mesh redistribution approach for evolving surfaces. The partial differential equations are discretized by a surface finite element approach and semi-implicit Euler scheme, using the Taylor-Hood element for the Navier-Stokes equations. We demonstrate the convergence order for the sub-problems and explain model behaviors on simulations.

## Zusammenfassung

Wir betrachten "two-component fluid deformable surfaces" mit Erhaltung des eingeschlossenen Volumens modelliert mit einem imkompresiblen Navier-Stokes-Cahn-Hilliard-Modell mit Biegekräften und Volumenconstraint. Das vollständige Modell wurde mit Hilfe des Lagrange-D'Almbert Prinzips hergeleitet. Um ein numerischen Ansatz zu entwickeln, vereinfachen wir das volle Modell zu Teilproblemen, referenzieren diese zu bestehenden Problem in der Literatur und erklären numerische Ansätze für diese. Ein numerischer Ansatz für "two-component fluid deformable surfaces" ist im letzten Kapitel beschrieben. Wir verwenden eine Oberflächendarstellung mit stückweise Elementen höherer Ordnung kombiniert mit einem Ansatz zur Gitterumordnung für bewegte Oberflächen. Die partiellen Differentialgleichen werden mit einem finite Elemente Ansatz und einem semi-impliziten Euler-Verfahren diskretisiert. Hierbei verwenden wir ein Taylor-Hood Element für die Navier-Stokes-Gleichung. Wir zeigen die Konvergenzordnung für die Teilprobleme und erklären Modellverhalten anhand von Simulationen.

Dresden, den 1.9.2023

*Veit Krause*