

12. Wo WIS19/20: Zusatzaufgabe

1. Bestimmen Sie die Ordnung m der Nullstelle z_0 und eine holomorphe Funktion g mit $g(z_0) \neq 0$ so, dass die Faktorisierung $f(z) = (z - z_0)^m g(z)$ gilt, für die folgende holomorphe Funktionen f :
 - (a) $f(z) = e^z - 1 - z - \frac{z^2}{2}$, $z_0 = 0$.
 - (b) $f(z) = 1 - \sin z$, $z_0 = \frac{\pi}{2}$.
 - (c) $f(z) = (e^{z^2} - 1) + 2(\cos z - 1)$, $z_0 = 0$.
 - (d) $f(z) = (e^z - 1) + 2(\cos z - 1)$, $z_0 = 0$.
 - (e) $f(z) = \cosh z - 1$, $z_0 = 0$.
2. Aus den Punkten (c) und (d) zeigen Sie, dass i. A. die Ordnung der Nullstelle der Summe, nicht mit der Summe der Ordnungen übereinstimmt.

Antwort (nur die Ordnungen): (a) $m = 3$, (b) $m = 2$, (c) $m = 4$, (d) $m = 1$, (e) $m = 2$.