$C := \left\{ \big(x(t), y(t)\big) :\ t \in [a,b] \right\}$ stückweise stetig diff'bare Kurve

Bogenlänge

$$\begin{aligned} s &= \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}\,\mathrm{d}t \\ &= \int_a^b \sqrt{1 + f'(t)^2}\,\mathrm{d}t \qquad \text{falls } \big(x(t), y(t)\big) = \big(t, f(t)\big) \\ &= \int_a^b \sqrt{r(\varphi)^2 + r'(\varphi)^2}\,\mathrm{d}\varphi \ \text{ falls } \big(x(\varphi), y(\varphi)\big) = r(\varphi) \cdot \big(\cos\varphi, \sin\varphi\big) \end{aligned}$$

Sektorfläche: (orientierter) Flächeninhalt der vom Vektor $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$, $a \le t \le b$, überstrichenen Fläche

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \int_a^b \big(x(t)y'(t) - x'(t)y(t)\big)\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{2} \int_a^b r(\varphi)^2\,\mathrm{d}\varphi \qquad \text{falls } \big(x(\varphi), y(\varphi)\big) = r(\varphi) \cdot \big(\cos\varphi, \sin\varphi\big) \end{aligned}$$

Rotationskörper: Querschnittsprofil (orthogonal zur Rotationsachse) beschrieben durch Kurve C.

$$\begin{aligned} \text{Volumen } V &= \pi \int_a^b y(t)^2 x'(t)\,\mathrm{d}t \\ &= \pi \int_a^b f(t)^2\,\mathrm{d}t \qquad \text{falls } \big(x(t), y(t)\big) = \big(t, f(t)\big) \end{aligned}$$

$$\text{Oberfläche } O = 2\pi \int_a^b |f(t)| \sqrt{1 + f'(t)^2}\,\mathrm{d}t$$

Schwerpunkt (x_s, y_s) von $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ a \le x \le b,\ 0 \le y \le f(x)\}$

$$x_s = \frac{\int_a^b x f(x)\,\mathrm{d}x}{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}, \qquad y_s = \frac{\frac{1}{2}\int_a^b f(x)^2\,\mathrm{d}x}{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}$$