

Informationen zur Prüfung WT mit Martingalen im WS 2016/17

- **Prüfungsform:** mündliche Einzelprüfung
- **Prüfungsdauer:** ca. 25 Minuten

- **Termine** zu Semesterende: 15.2. und 16.2.
- **Weitere Termine:** Beginn des Sommersemesters

- **Ort:** Die Prüfungen finden in Raum B 316 statt.

Überblick über den Prüfungsstoff:

Kapitel 1 (Martingale): Definition von (Sub/Super-)Martingal und elementare Eigenschaften; Konvexe Transformationen; Doob-Zerlegung (Satz 1.3); Kompensator eines Martingals; Martingaltransformation & Eigenschaften.

Kapitel 2 (Stoppen): Definition Stoppzeit & Eigenschaften; Stoppen eines stoch. Prozesses; zu Stoppzeit assoziierte Sigma-Algebra; Doob's Satz vom optionalen Stoppen (Satz 2.3) und optionalen Sampling (Satz 2.5) & Anwendung auf den symmetrischen Simple Random Walk.

Kapitel 3 (Martingalkonvergenz): Definition: 'Aufsteigende Überquerungen'; Martingalkonvergenzsatz inkl. Beweisskizze mittels Doob's Abschätzung der aufsteigenden Überquerungen.

Kapitel 4 (Gleichgradig Integrierbare Martingale): Definition: Gleichgradige Integrierbarkeit (GGI); Hinreichende Bedingungen für GGI; Martingalkonvergenz für GGI Martingale.

Kapitel 5 (Ungleichungen für Martingale): Doob's Maximalungleichung; Doob's L_p -Ungleichung; Azuma's Ungleichung.

Kapitel 6 (Rückwärtsmartingale & Anwendungen): Definition Rückwärtsmartingal; Konvergenzsatz für Rückwärtsmartingale & Beweisskizze; Kolmogorov's 0-1-Gesetz, Anwendung auf starkes Gesetz der großen Zahlen.

Kapitel 7 (Fouriert. & Charakteristische Funktion): Definition: Fouriertransformation (FT) (von endl. Maßen); Definition: Charakteristische Funktion (CF); Eigenschaften der FT inkl. Beweise; Faltung & CF unabhängiger Zufallsvariablen (Satz von Kac) inkl. Beweise.

Kapitel 8 (Eindeutigkeit und Inversion der Fouriertransformation): Schwartz-Funktionen (Definition & Invarianz bez. FT); Riemann-Lebesgue-Lemma; Inversion der FT für Schwartz-Funktionen; Satz von Plancherel; Inversion der FT für endliche Maße.

Kapitel 9 (Stetigkeitssatz von Lévy): Definition: Schwache Konvergenz; Definition: Straffheit (tightness) einer Folge von W -Maßen; Stetigkeitssatz von Lévy.

Kapitel 10 (Zentrale Grenzwertsätze): ZGS von de-Moivre-Laplace inkl. Beweisskizze; ZGS von Lindeberg inkl. Lindeberg-Bedingung und Beweisskizze; Definition multivariater Normalverteilung; Dichte und CF der multivariaten Normalverteilung.

Kapitel 11 (Brownsche Bewegung): Definition Brownsche Bewegung (BB); Definition Gaußscher Prozeß; BB als Gaußscher Prozess; Existenz der Brownschen Bewegung inkl. Beweisskizze (Wavelet-Konstruktion); Reflexionsprinzip & Verteilung des laufenden Maximum der BB.