

Überblick über den Inhalt der VL Finanzmathematik (Modul Math Ma MAFIN):

Kapitel 0 (Einführung & Motivation): Zentrale Fragestellungen der Finanzmathematik; Mathematisches Finanzmarktmodell; Anleihe & Terminverträge; Put/Call-Option; Elementare Replikations- und Arbitrageargumente.

Kapitel 1 (Mathematische Grundlagen): Äquivalenz von Massen; Satz von Radon-Nikodym; Bedingter Erwartungswert; Martingal; Sub- und Supermartingal; Strategie & Werteprozess; Vorhersehbarkeit & Selbstfinanzierungsbedingung; Diskretes Stochastisches Integral & Eigenschaften; Diskontieren;

Kapitel 2 (Bewertung & Absicherung in diskreten Märkten): Arbitrage und erster Fundamentalsatz der Bewertungstheorie; Beweis mittels Dualität der Linearen Programmierung Trennungssatz; Erreichbarkeit und zweiter Hauptsatz & Beweis; Redundanz & Vollständigkeit; Modelle auf endlichen W-Räumen; CRR-Modell & Hedging im CRR-Modell; Unvollständige Märkte; Sub- und Superreplikation

Kapitel 3 (Nutzenoptimierung): Präferenzordnung; Stetigkeits- und Unabhängigkeitsaxiom; von Neumann-Morgenstern-Darstellung; Bernoullische Nutzenfunktionen; certainty equivalent; absolute und relative Risikoaversion; Beispiele von Nutzenfunktionen; Nutzenoptimale Portfoliowahl; Existenz & Eindeutigkeit der Lösung des NOP; Charakterisierung über Martingalmaß; optimales Endvermögen; Grenznutzenpreis; Markowitz-Modell mit und ohne risikofreier Anlage; Two-Fund-Separation und One-Fund-Theorem; CAPM-Gleichungen

Kapitel 4 (Optimales Stoppen & Amerikanische Optionen): Optimales Stoppproblem; Rekursion für den Werteprozess & Darstellung der optimalen Stoppzeit; Snellsche Einhüllende; Charakterisierung des Werteprozess als Snellsche Einhüllende; Amerikanische Optionen; Nicht-Optimalität der vorzeitigen Ausübung bei Amerikanischem Call; Bewertung des Amerikanischen Put im CRR-Modell.

Kapitel 5 (Black-Scholes Formel): Zentraler Grenzwertsatz für Dreiecksschemata; Lognormalverteilung; Verteilungskonvergenz der CRR-Modelle; BS-Formel für Puts und Calls; Interpretation der "Greeks"; Partielle Differentialgleichung für BS-Preise; Definition, Interpretation & Existenz der Impliziten Volatilität

Kapitel 6 (Finanzmarktmodelle in stetiger Zeit): Black-Scholes-Modell; Ito-Isometrie & Ito-Integral (Konstruktion & Eigenschaften); Ito-Formel & Beweisskizze; Selbstfinanzierungseigenschaft in stetiger Zeit; Herleitung der Black-Scholes Formel mit Ito-Kalkül