



Methoden der Lebensversicherungsmathematik in der Reservierung von HUK-Schadenexzedenten

Festkolloquium

20 Jahre (neue) Versicherungsmathematik
an der Technischen Universität Dresden

Anja Schnaus, 21. Oktober 2011



- > Renten in HUK – Beispiele
- > Indexierung, Anpassungsklausel, Abwicklungsformen
- > Reservierung von KH-Schäden mit Rentenkomponenten
- > Rückversicherungstarifizierung



- > Schwere Personenschäden
 - Kraftfahrt-Haftpflicht
 - Arzthaftpflicht
 - Employers Liability
- > Unfallprodukte mit Rentenkomponente (Unfallrenten)



	Rente	Einmalzahlung
	Deutschland, Frankreich, Polen, Tschechien, UK	Spanien, Italien, UK
Langlebigkeitsrisiko	VU	Geschädigter / Sozialsystem
Anlagerisiko	VU	Geschädigter
Inflationsrisiko	VU	Geschädigter
Abwicklungsgewinn/ -verlust	VU	Erben / Sozialsystem



Ein Personenschaden besteht aus mehreren Komponenten.

> Einmalzahlungen

- Heilbehandlungskosten
- Schmerzensgeld
- vermehrte Bedürfnisse: Hilfsmittel, Umbau

> Renten

- Erwerbsschaden
- vermehrte Bedürfnisse: Pflegekosten und andere erhöhte Ausgaben
- Heilbehandlungskosten
- Versorgung von minderjährigen Hinterbliebenen
- indexiert, künftige Anpassung (variation order oder Treppenfunktion)

➤ Rückversicherung: Schadenexzedent (XL) für schwere Personenschäden



- > Police umfasst bis zu 3 Leistungen
 - Auszahlung einer (niedrigen) Todesfallsumme bei Unfalltod,
 - (höhere) Einmalzahlung bei Invalidität abhängig von Invaliditätsgrad und Progression,
 - monatliche Unfallrente im Fall schwerer Invalidität (teilweise mit Progression).
- Rückversicherung:
 - Todesfall gewöhnlich im Selbstbehalt.
 - Schadenexzedent (XL) für (schwere) Invalidität und/oder hohe VS / Progression



- > Renten in HUK – Beispiele
- > **Indexierung, Anpassungsklausel, Abwicklungsformen**
- > Reservierung von KH-Schäden mit Rentenkomponenten
- > Rückversicherungstarifizierung



- > KH: Renten werden i.a. regelmäßig an die Inflation angepasst.
- > UK: indexierte Renten (RPI, ASHE 6115), Variation Orders
- > Vereinbarung einer Treppenfunktion
- > Unfallrente:
 - feste Rente im Leistungsfall
 - Betrag kann aber über die Vertragslaufzeit indexiert werden



- > Üblich für KH/AH – XLs
- > Priorität und Haftung wachsen kontinuierlich mit den Rentenzahlungen.
- > Erstversicherer und Rückversicherer teilen die Inflation.
- > Offizieller Index (z.B. GIM in Frankreich) oder Erhebung (ASHE 6115 in UK)
- > Bei indexierter Rente sollte auch derselbe Index für die Anpassungsklausel verwendet werden.
- > Keine Anpassungsklausel für Unfallrenten-XLs (konstante Rente)



> **Abwicklung**

Der Rückversicherer zahlt die Rente, sobald die indexierte Priorität erreicht ist. Der Erstversicherer bezahlt weiterhin die Inflationsanpassung.

> **Ablösung**

Der Rückversicherer zahlt den Barwert von Renten und Einmalzahlungen abzüglich der indexierten Priorität zum Zeitpunkt der Ablösung.

> **Rententeilung**

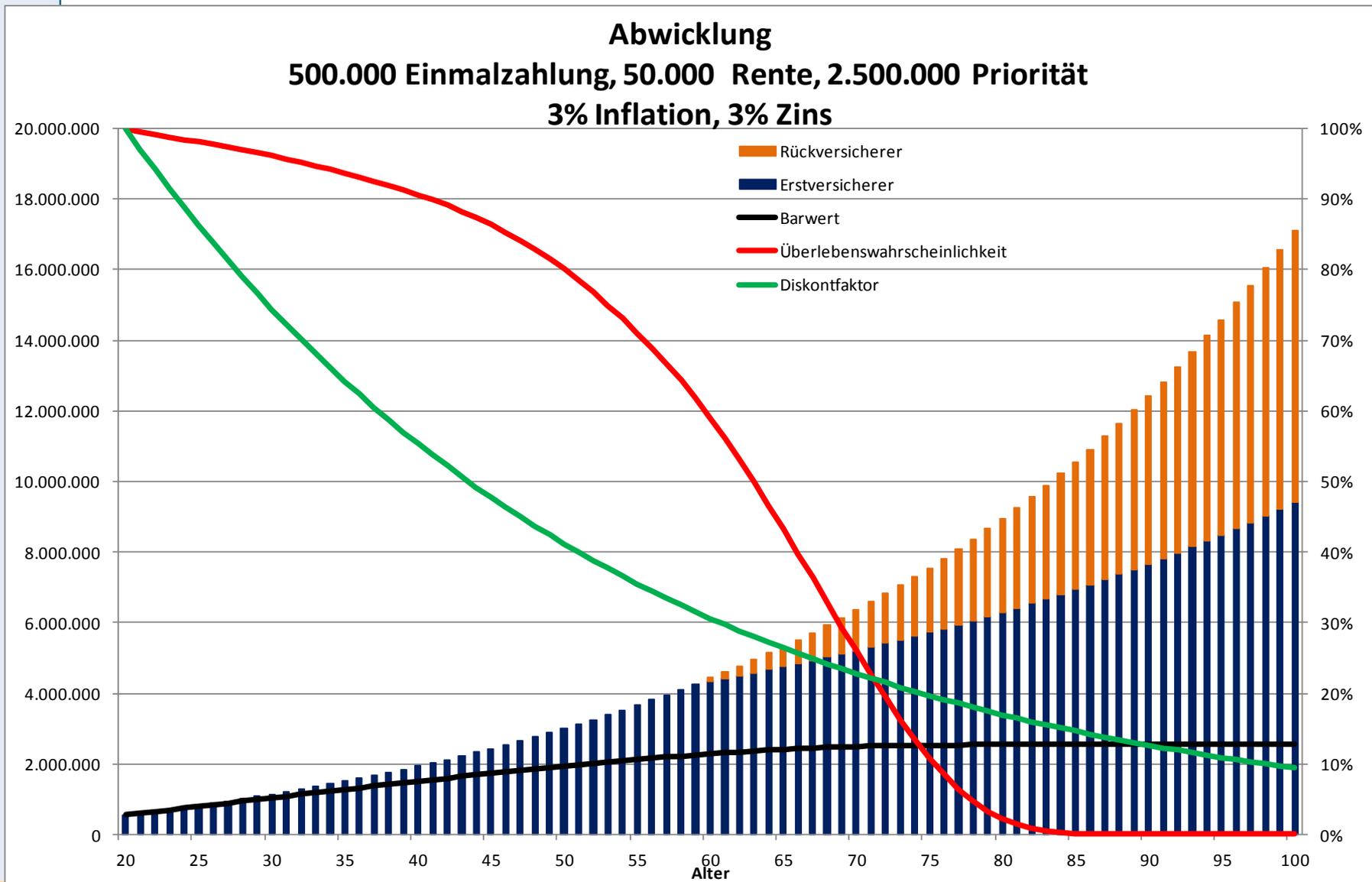
Der Anteil des Erstversicherers berechnet sich aus dem Verhältnis der (indexierten) Priorität zum Barwert aller Einmalzahlungen und Renten zum Zeitpunkt der Regulierung. Der Rückversicherer partizipiert ab der ersten Zahlung prozentual.



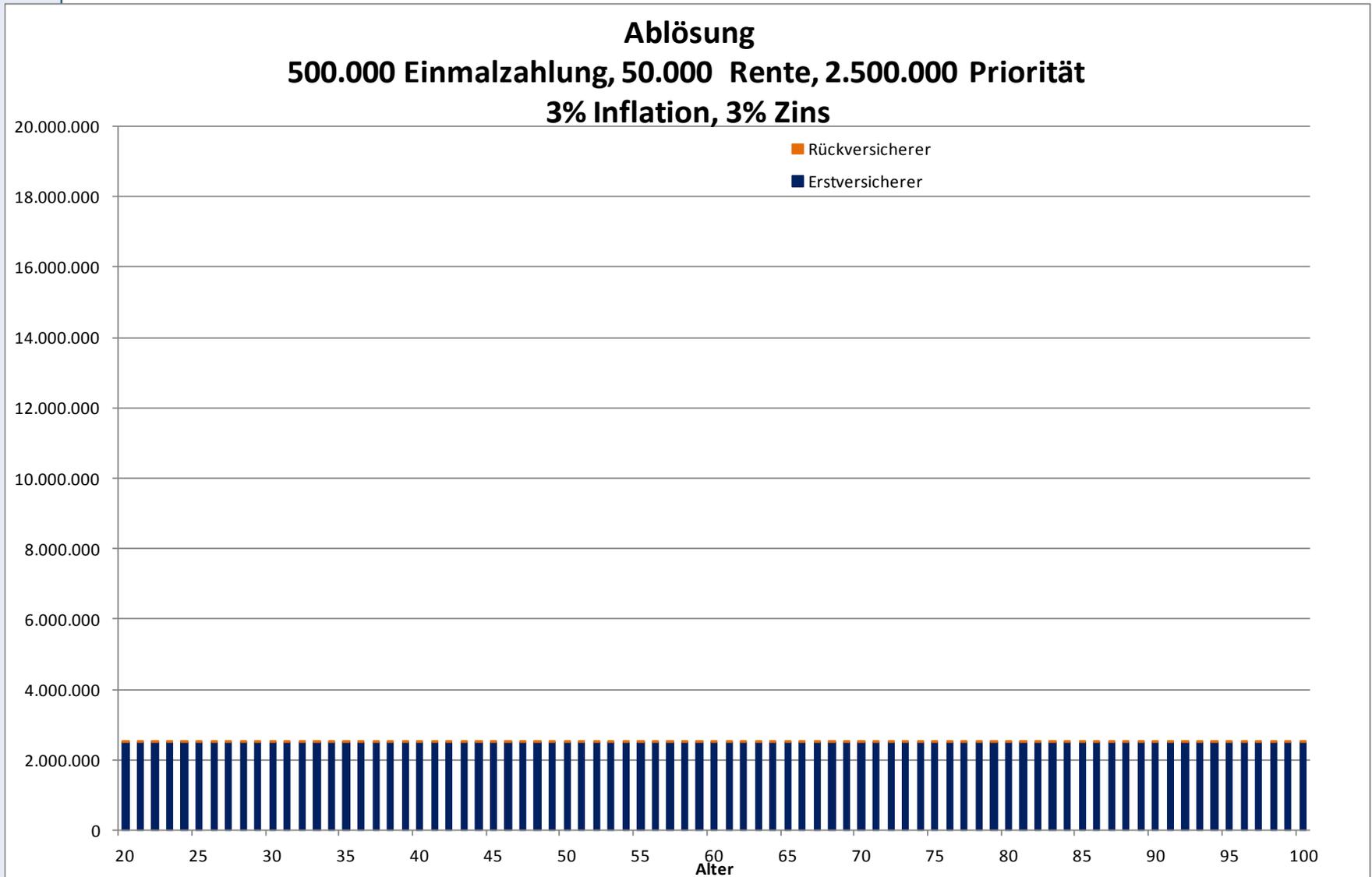
	Abwicklung	Ablösung	Rententeilung
Langlebigkeitsrisiko	RV	EV	EV & RV
Anlagerisiko	RV	EV	EV & RV
Inflationsrisiko	RV	EV	EV & RV
Abwicklungsgewinn/ -verlust	RV	EV	EV & RV
Diskontierter Nettoschaden des EV	< indexierte Priorität	\leq indexierte Priorität	\leq indexierte Priorität

XL-Reserven für Ablösung und Rententeilung sind gleich.

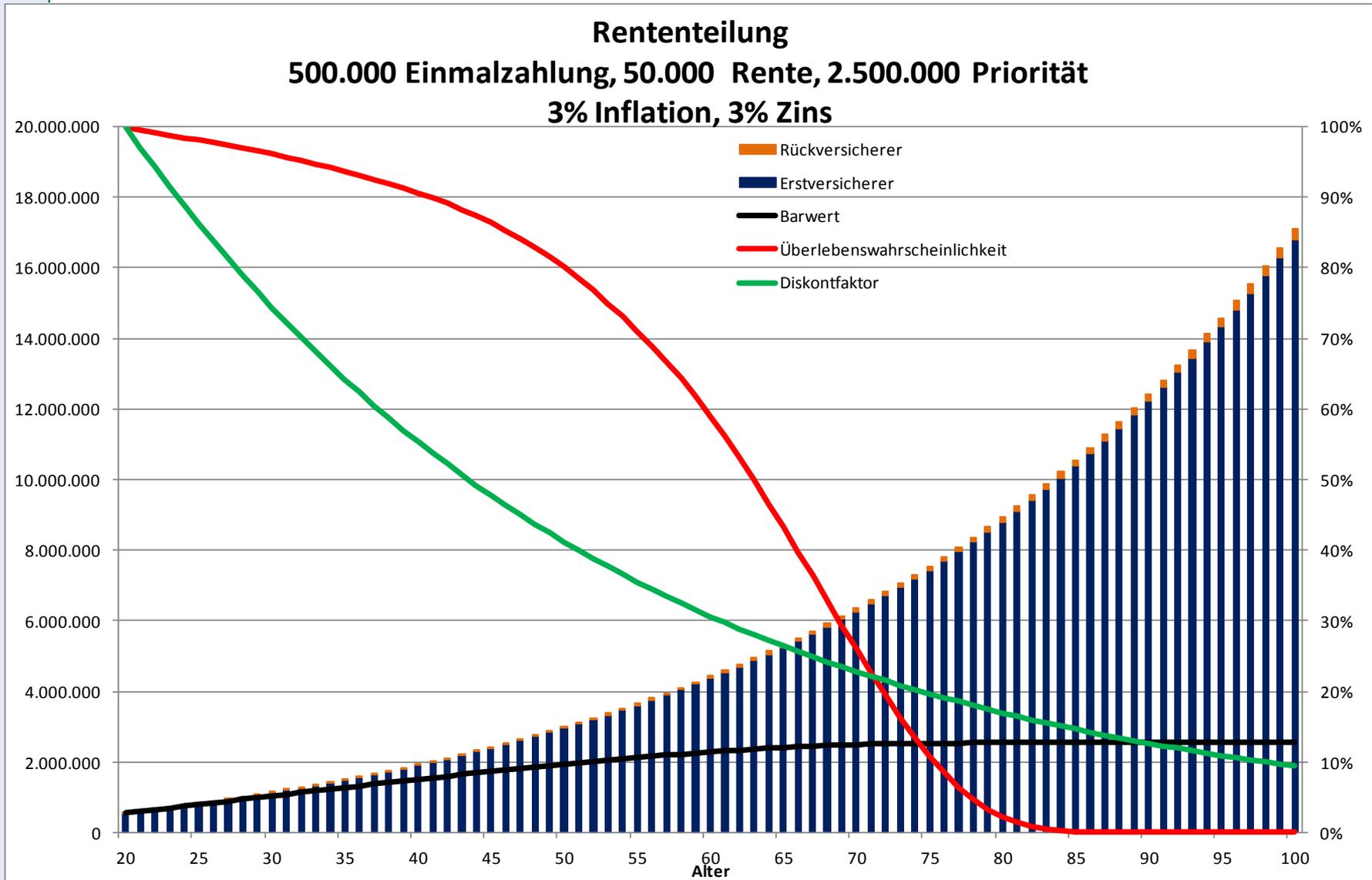
RV zahlt sehr spät bei Abwicklung



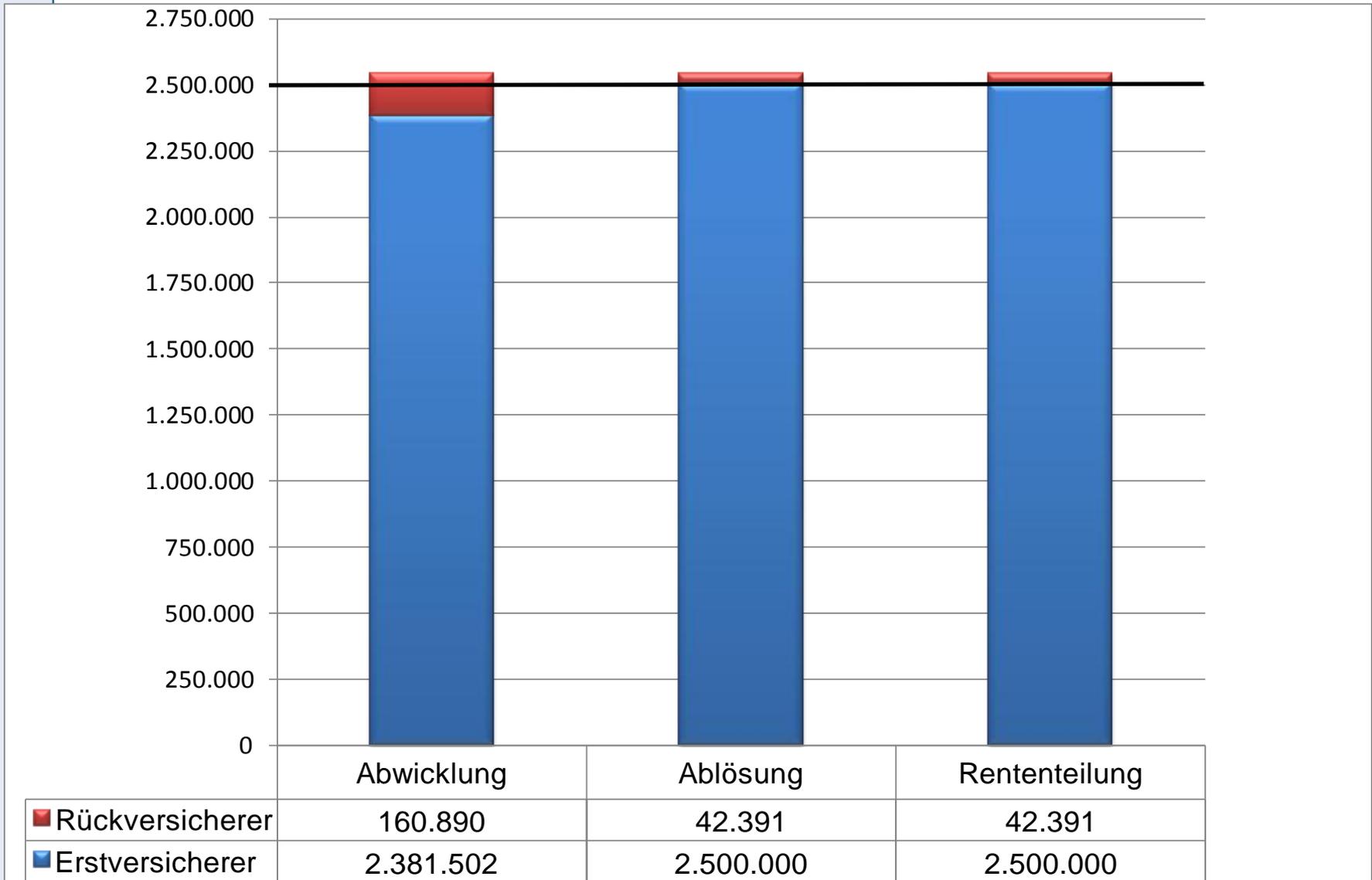
Barwert = 2,54m: RV zahlt wenig bei Ablösung



Rententeilung: RV partizipiert mit kleinem Anteil



Abwicklung: diskontierter Selbstbehalt < Priorität





- > Renten in HUK – Beispiele
- > Indexierung, Anpassungsklausel, Abwicklungsformen
- > **Reservierung von KH-Schäden mit Rentenkomponenten**
- > Rückversicherungstarifizierung



- > Schätzung des Endschadens mit Methoden der Lebensversicherungsmathematik
- > Projektion der zukünftigen Zahlungsströme für alle Schadenkomponenten unter Berücksichtigung von
 - Inflation,
 - Anpassungsklausel,
 - Sterblichkeit und
 - Zinsentwicklung
 - gesamt und pro Rückversicherungs-Layer
 - nominal und diskontiert
- > IBNER für das gesamte Portefeuille oder repräsentative Stichprobe und Hochrechnung auf Gesamtportefeuille
- > IBNR durch Schadenanzahlprognose (Abwicklungsdreieck)



- > Geschlecht
- > Geburtsdatum
- > Unfalldatum
- > (geschätztes) Settlement Date für Ablösung
- > Art der Verletzung → reduzierte Lebenserwartung
- > Einmalzahlungen (Betrag, Jahr)
- > Renten (Betrag, Beginn, Dauer, Index)
- > Gesamtschadenschätzung des Erstversicherers, bereits geleistete Zahlungen
- > Abweichende Einschätzung beim Rückversicherer (z.B. Pflegekosten pro Stunde, Lebenserwartung, Sterbetafel, Zins, ...)



- > Priorität
- > Haftung
- > Anpassungsklausel (Art, Franchise, Index)
- > Ablösungsklausel (Sterbetafel, Zinssatz)



- > Indices (Anpassungsklausel, Renten)
- > Inflationsraten für die einzelnen Schadenkomponenten (Erwerbsschaden, Pflegekosten, Heilbehandlung)
- > Sterbetafel mit Trendfunktion
- > Übersterblichkeiten für die verschiedenen Verletzungsbilder



- > DAV HUR 2006 mit Trend
- > Andere Länder:
 - Bevölkerungssterbetafeln,
 - Annahmen zum allgemeinen Anstieg der Lebenserwartung und
 - Übersterblichkeit (medizinische Studien)



- > (bedingte) Überlebenswahrscheinlichkeiten aus Sterbetafel, verletzungsspezifischer Übersterblichkeit und Trend für Verbesserung der allgemeinen Lebenserwartung
- > Zukünftige inflationierte Zahlungsströme für alle Komponenten
- > Indexierte Priorität und Haftung gemäß Anpassungsklausel
- > Anwendung der Rückversicherungsstruktur
- > Gewichtung des gesamten nominalen Zahlungsstroms mit den Überlebenswahrscheinlichkeiten
- > Anwendung der Diskontierungsfaktoren v^k
- Lebensversicherungsmathematik, Excel



Sterbetafel

Einjährige Sterbewahrscheinlichkeit, d.h. Wahrscheinlichkeit im Alter $x + k$ zu sterben

$$q_{x+k}, \quad 0 \leq x + k \leq \omega$$

k -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit, d.h. (bedingte) Wahrscheinlichkeit, dass ein x -Jähriger die nächsten k Jahre überlebt

$${}_k p_x = \prod_{j=0}^{k-1} (1 - q_{x+j}) = {}_{k-1} p_x \cdot (1 - q_{x+k-1}), \quad {}_0 p_x = 1$$

(bedingte) Wahrscheinlichkeit, dass ein x -Jähriger genau im k -ten Jahr stirbt

$${}_k p_x \cdot q_{x+k}, \quad \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x \cdot q_{x+k} = 1$$

(bedingte) Lebenserwartung eines x -Jährigen

$$e_x = x + \overset{\circ}{e}_x$$

$$\overset{\circ}{e}_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} k \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \left(+\frac{1}{2} \right) = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x \left(+\frac{1}{2} \right)$$



Abzinsungs- oder Diskontierungsfaktor (Inflation z und Zinssatz i kombiniert)

$$v = \frac{1+z}{1+i} \neq \frac{1}{1+i-z}$$

Feste k -jährige vorschüssige Rente

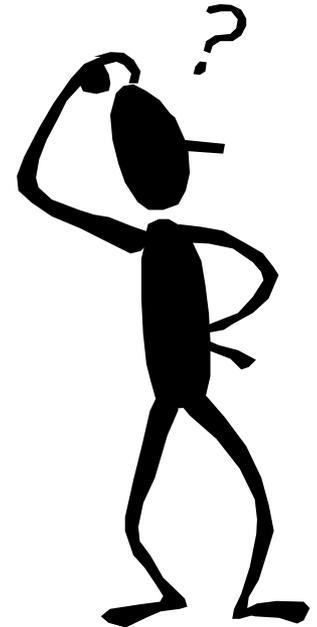
$$\ddot{a}_{k|} = \sum_{j=0}^{k-1} v^j = \frac{1-v^k}{1-v}$$

Lebenslängliche vorschüssige Leibrente ab Alter x

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x \cdot v^k = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x q_{x+k} \cdot \ddot{a}_{k|}$$



- > XL 200 xs 300
- > Verbleibende Lebenserwartung 3 Jahre (jetzige Einschätzung)
- > Jährliche Rente 100 (nicht indexiert)
- Erwarteter Endschaden = $3 * 100 = 300$
- XL wird nicht getroffen, Reserve = 0
(deterministische Reservierung)
- > Stochastische Reservierung:
 - ✓ Erwarteter Endschaden = 300
 - ? Reserve > 0





Feste Rente über die verbleibende Lebensdauer

$$\ddot{a}_{x, \overset{\circ}{e}_x} = \sum_{k=0}^{\overset{\circ}{e}_x - 1} v^k = \frac{1 - v^{\overset{\circ}{e}_x}}{1 - v}$$

Verbleibende Lebensdauer

$$\overset{\circ}{e}_x = \sum_{k=0}^{\omega - x} k p_x$$

Lebenslängliche vorschüssige Leibrente

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\omega - x} k p_x \cdot v^k$$

Wenn Inflation und Zins gleich sind, dann gilt:

$$\ddot{a}_x = \overset{\circ}{e}_x = \ddot{a}_{x, \overset{\circ}{e}_x} \Leftrightarrow v = 1$$





Jensensche Ungleichung

Satz: Sei $X \in \mathcal{L}^1(\mathbf{R})$ und sei $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ eine konvexe Funktion mit $h(X) \in \mathcal{L}^1(\mathbf{R})$. Dann gilt

$$h(E(X)) \leq E(h(X)).$$

v^t ist eine konvexe Funktion von t . Sei T die verbleibende Lebensdauer, d.h. $\overset{\circ}{e}_x = E(T)$.

$$v^{E(T)} < E(v^T)$$

$$v < 1 \quad \Rightarrow \quad \ddot{a}_{x, \overset{\circ}{e}_x} = \frac{1 - v^{E(T)}}{1 - v} > \frac{1 - E(v^T)}{1 - v} = \ddot{a}_x$$

$$\ddot{a}_{x, \overset{\circ}{e}_x} > \ddot{a}_x$$

$$v > 1 \quad \Rightarrow \quad \ddot{a}_{x, \overset{\circ}{e}_x} < \ddot{a}_x$$

Im Fall $v < 1$ benötigt man für eine lebenslange Leibrente eine kleinere Reserve als für eine feste Rente über die verbleibende Lebensdauer.

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} k p_x q_{x+k} \cdot \ddot{a}_k = \sum_{k=0}^{\omega-x} k p_x q_{x+k} \cdot \frac{1 - v^k}{1 - v} = \frac{\left(\sum_{k=0}^{\omega-x} k p_x q_{x+k} - \sum_{k=0}^{\omega-x} k p_x q_{x+k} \cdot v^k \right)}{1 - v} = \frac{1 - E(v^T)}{1 - v}$$



- > Die Reserve für den Gesamtschaden ist in beiden Methoden gleich ($v=1$).
- > Ein unlimitierter Layer ist ebenfalls eine konvexe Funktion.
- Aufteilung zwischen Erst- und Rückversicherer ist unterschiedlich
- Ist der Layer limitiert, kann der Erstversicherer mit der stochastischen Reservierung das Risiko einer insuffizienten Rückversicherungsstruktur überprüfen.

Sei X die Schadenhöhe. Dann ist

$$h(X) = \max(0, X - P)$$

der Schaden im Layer mit Priorität P und unbegrenzter Haftung.

h ist eine konvexe Funktion und es gilt

$$\max(0, EX - P) \leq E(\max(0, X - P))$$



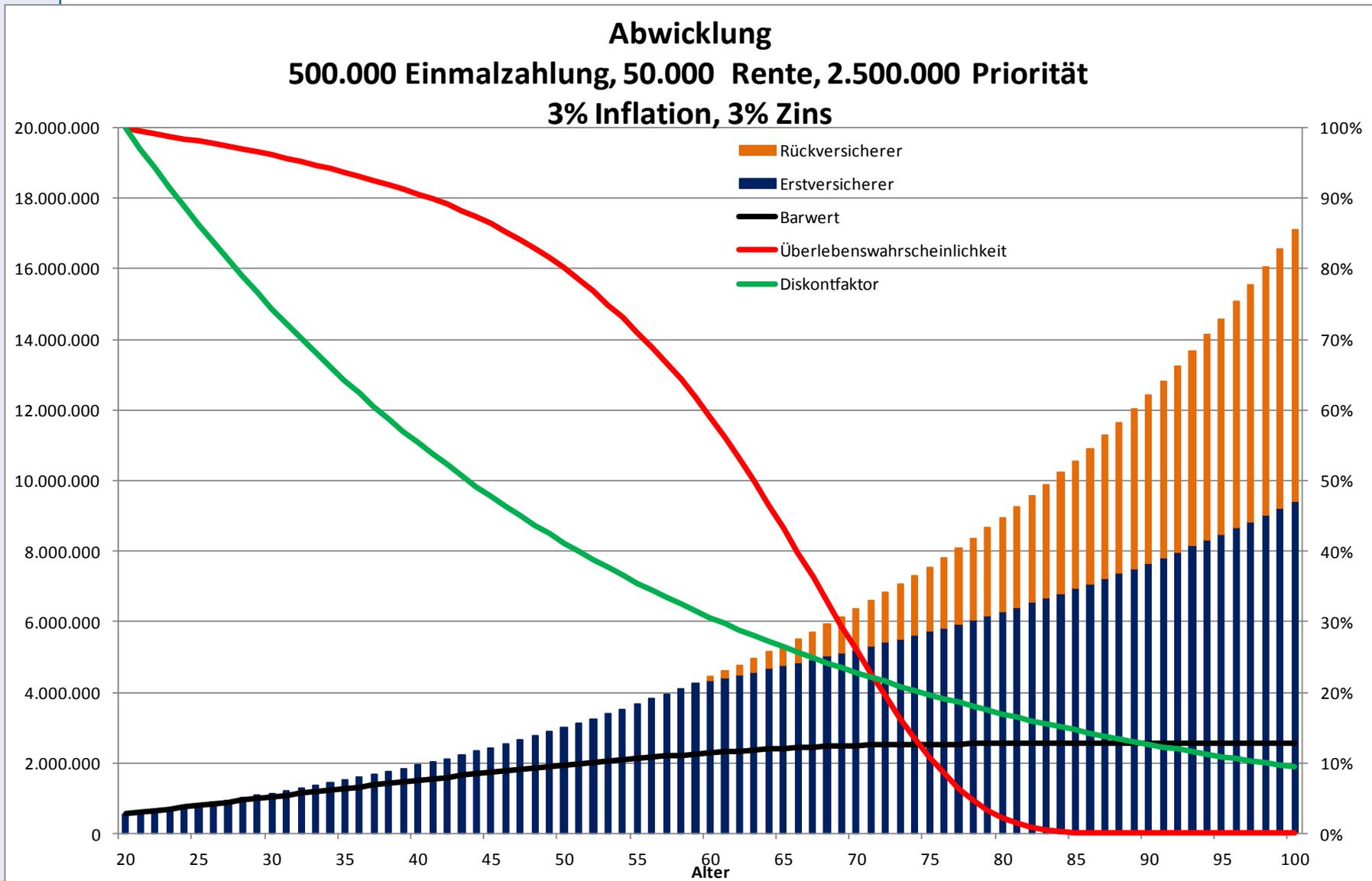
- > Wie zuverlässig ist die Einschätzung von 3 Jahren?
- > Verteilungsannahmen?
- > Mit der stochastischen Methode kann der Erstversicherer die Wahrscheinlichkeit eines „Fallback“ abschätzen und evtl. einen zusätzlichen XL kaufen.
- > Rückversicherungsreservierung geht nur stochastisch.

k	kP_x	Nominaler Zahlungsstrom			Lebenslängliche Rente			Feste Rente		
		Gesamt	EV	RV	Gesamt	EV	RV	Gesamt	EV	RV
0	100%	100	100	0	100	100	0	100	100	0
1	80%	100	100	0	80	80	0	100	100	0
2	60%	100	100	0	60	60	0	100	100	0
3	30%	100	0	100	30	0	30			
4	10%	100	0	100	10	0	10			
5	10%	100	100	0	10	10	0			
6	5%	100	100	0	5	5	0			
7	5%	100	100	0	5	5	0			
e_x	3,0				300	260	40	300	300	0

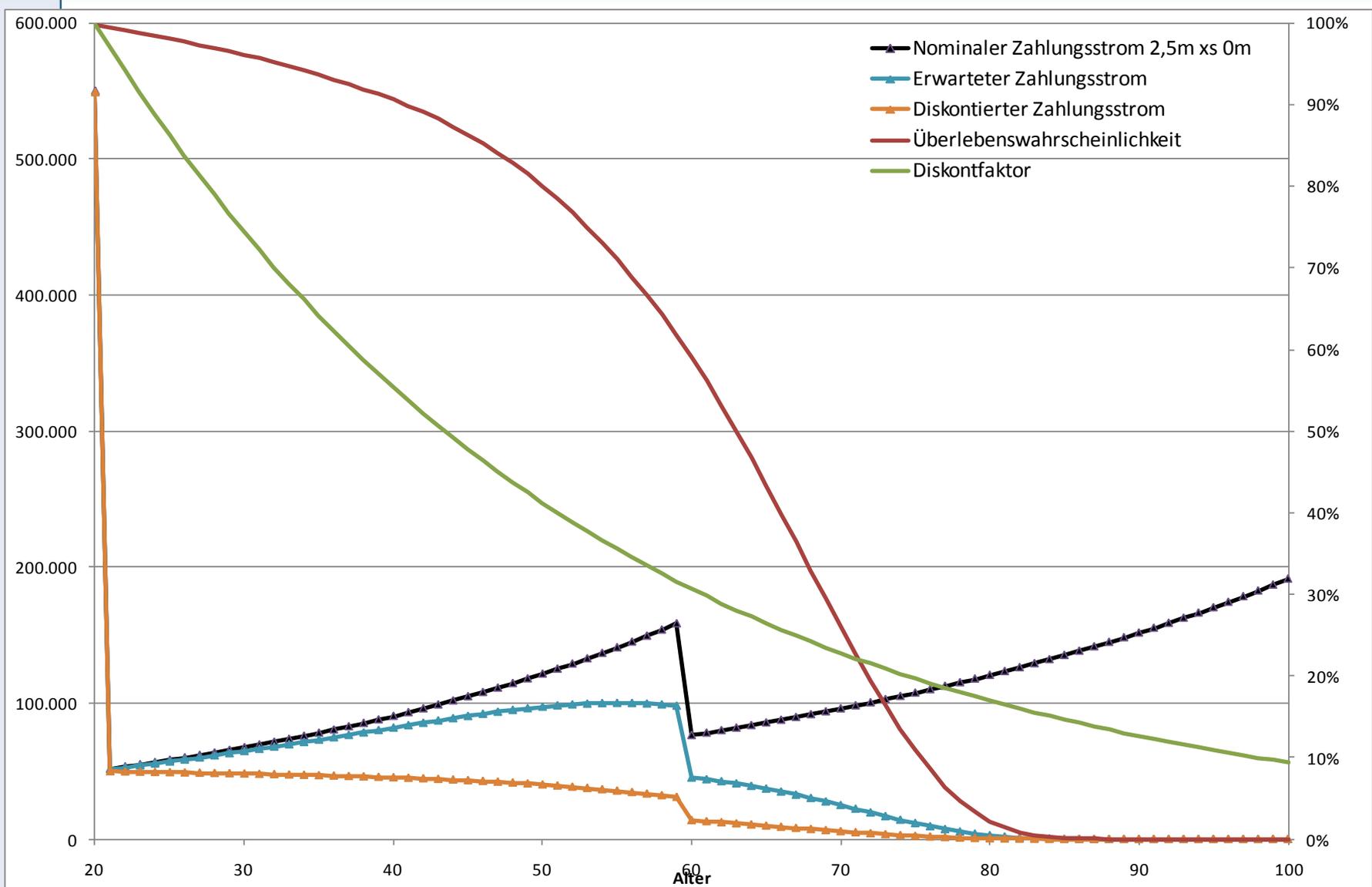


- > Inflationierten Zahlungsstrom auf Zeitachse auftragen (Inflationsszenarien)
 - Einmalzahlungen,
 - Zeitrenten (z.B. Erwerbsschaden),
 - lebenslange Renten (z.B. Pflegekosten, evtl. mit Stufen)
- > Aggregation innerhalb eines Jahres
- > Indexierten Layer anwenden
- > Überlebenswahrscheinlichkeiten
- > Diskontierung (Zinsstrukturkurve)
- > Aggregation über die Zeitachse → Barwert pro Layer
- > Beachte:
 - monatliche Zahlungen,
 - Interpolation nichtganzzahliger Alter,
 - ...

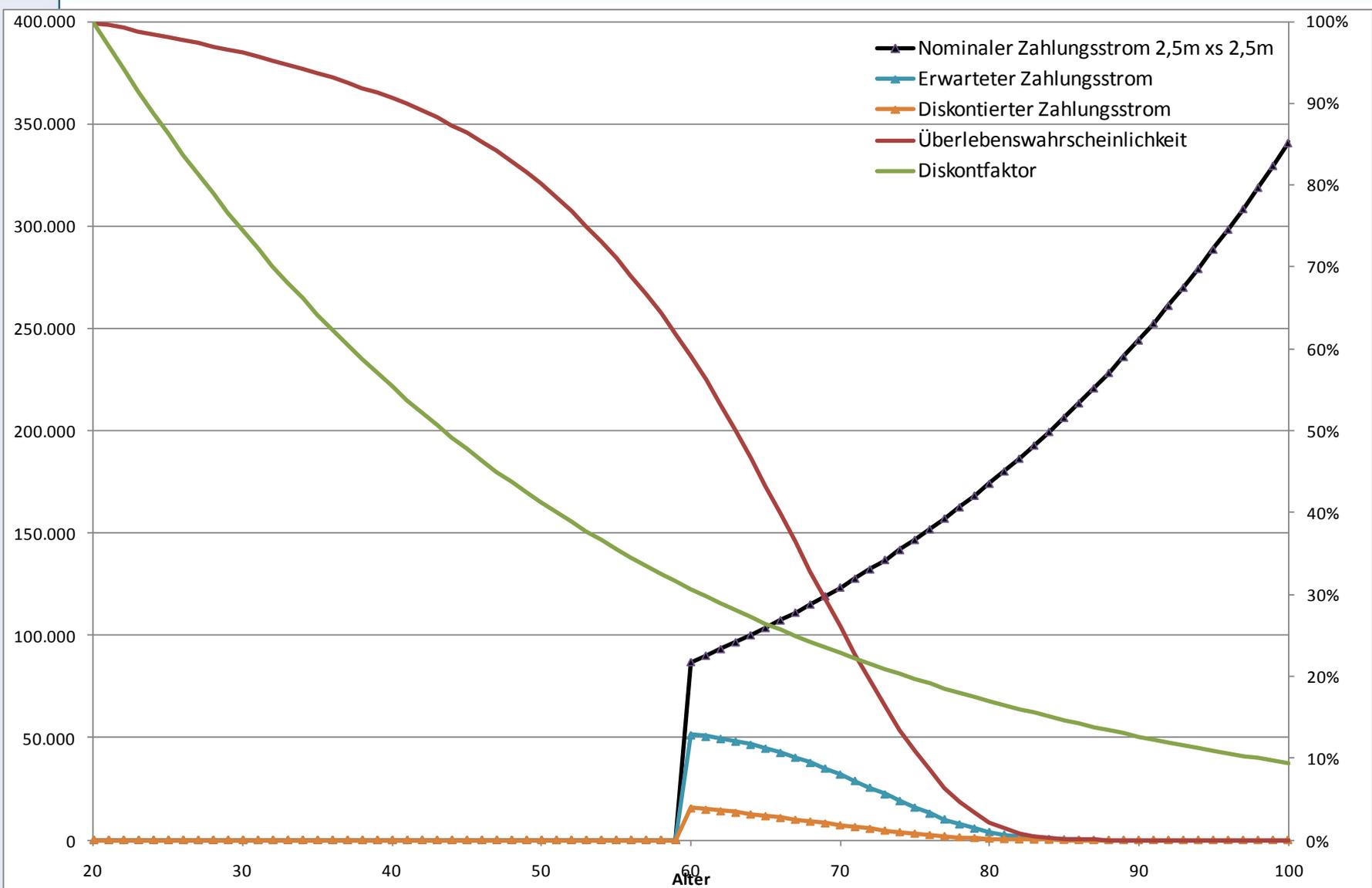
Rückversicherer zahlt erst in 39 Jahren



Erstversicherer trägt die Inflationsanpassung



Rückversicherer trägt Langlebigkeits-, Inflations- und Anlagerisiko





- > Renten in HUK – Beispiele
- > Indexierung, Anpassungsklausel, Abwicklungsformen
- > Reservierung von KH-Schäden mit Rentenkomponenten
- > **Rückversicherungstarifizierung**



- > Verschiebung der historischen Schäden in die Zukunft (Preise, Überlebenswahrscheinlichkeiten)
- > Anwendung der zukünftigen Rückversicherungsstruktur
- > Burning Cost
- > IBNR
- > Eventuell andere Komponenten addieren (z.B. Sachschäden, ungenutzte Kapazität)
- > Preis hängt von der Abwicklungsform ab



- > Datenbeschaffung
- > Schadenexpertise
- > Sterbetafeln für Verletzte
- > Zukünftige Inflation und Zins



- > Gerber, Hans U.: Life Insurance Mathematics. Third edition. Swiss Association of Actuaries. Springer 1997.
- > Munich Re: Schwere Personenschäden in Europa am Beispiel der Kraftfahrtversicherung. 2007.
- > GIRO Working Party 2010: Periodic payment orders.
- > Gen Re: Periodic Payment Orders in the UK – A Reinsurer's View. 2011.



Diese Präsentation ist urheberrechtlich geschützt. Alle hierin enthaltenen Informationen sind sehr sorgfältig recherchiert und nach unserem besten Wissen zusammengestellt. Dennoch können wir keine Haftung hinsichtlich ihrer Genauigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Insbesondere stellen diese Informationen keine Rechtsberatung dar und können auch nicht als Ersatz für eine solche Beratung dienen. Eine Vervielfältigung oder Weiterleitung ist nur mit vorheriger Zustimmung der Gen Re gestattet.