

# Beurteilung konkurrierender Information in der Reservierung

Mathias Zocher  
Allianz Suisse, Aktuariat Nichtleben

Dresden, 21. Oktober 2011

# Inhalt

- 1** Einführung:  
**Reservierung**
- 2** Ein Problem:  
**divergierende Information**
- 3** Ein Ansatz:  
**Paid-Incurred Methoden**
- 4** Ein zweiter Ansatz:  
**Bornhuetter-Ferguson Prinzip**
- 5** Die Herausforderung!

1

1 Einführung:  
**Reservierung**

# 1. Einführung: Reservierung

## Ziel der Schadenreservierung

- Schätzung der zukünftigen Zahlungen für schon eingetretene Schäden. inklusive Spätschäden (IBNyR) und Wiedereröffnungen
- Die Schadenreserven bilden einen wesentlichen Bestandteil der Passivseite der Bilanz einer Versicherungsgesellschaft
- Gemäss internationalen Rechnungslegungsstandards soll die Bilanzposition einem „Best Estimate“ entsprechen (IFRS, Solvency II)
- Der Best Estimate ist „weder auf der vorsichtigen noch auf der unvorsichtigen Seite und enthält insbesondere keine bewussten Verstärkungen“ (Zitat: FINMA RS 2008/42 Rückstellungen Schadenversicherung)

Thema des Vortrags ist die Bestimmung des „Best Estimate“.

# 1. Einführung: Reservierung

## Ausgangslage – Abwicklungsdreieck

| Anfall-<br>jahr | Abwicklungsjahr |           |           |           |           |
|-----------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                 | 0               | 1         | 2         | 3         | 4         |
| 0               | $S_{0,0}$       | $S_{0,1}$ | $S_{0,2}$ | $S_{0,3}$ | $S_{0,4}$ |
| 1               | $S_{1,0}$       | $S_{1,1}$ | $S_{1,2}$ | $S_{1,3}$ | $S_{1,4}$ |
| 2               | $S_{2,0}$       | $S_{2,1}$ | $S_{2,2}$ | $S_{2,3}$ | $S_{2,4}$ |
| 3               | $S_{3,0}$       | $S_{3,1}$ | $S_{3,2}$ | $S_{3,3}$ | $S_{3,4}$ |
| 4               | $S_{4,0}$       | $S_{1,4}$ | $S_{4,2}$ | $S_{4,3}$ | $S_{4,4}$ |

$S_{i,k}$  : kumulierte Zahlungen für Anfalljahr  $i$  bis zu Abwicklungsjahr  $k$

gesucht: Endschadenstände  $S_{i,4}$  bzw.

$$\text{Reserven } R_i = S_{i,4} - S_{i,4-i}$$

# 1. Einführung: Reservierung

## Standardverfahren – Chain Ladder

### 1. Schätzung Abwicklungsmuster (Chain-Ladder Faktoren)

$$\varphi_k^{CL} = \frac{\sum_{j=0}^{n-k} S_{j,k}}{\sum_{j=0}^{n-k} S_{j,k-1}}$$

### 2. Schätzung unbekannter Schadenstände

$$S_{i,k}^{CL} = S_{i,n-i} \prod_{l=n-i+1}^k \varphi_l^{CL}$$

### 3. Schätzung der Reserve

$$R_i = S_{i,n}^{CL} - S_{i,n-i}$$

Grundannahme: vorliegen eines Abwicklungsmusters

$$\varphi_{i,k} = \frac{E[S_{i,k}]}{E[S_{i,k-1}]} \quad \text{unabhängig von } i$$



2

2 Ein Problem:  
**divergierende Information**

## 2. Ein Problem: **divergierende Information**

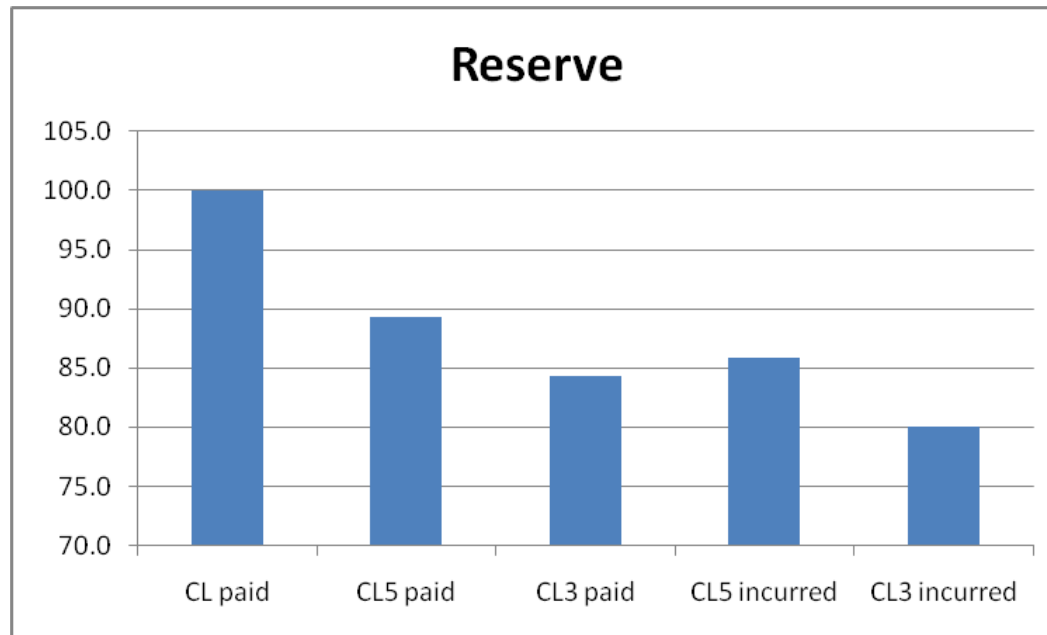
neben Chain-Ladder gibt es weiter (Standard-) Verfahren

- Benutzung von externer Information (**Bornhuetter-Ferguson**)
- Benutzung von Volumenmassen und anderer Abwicklungsmuster (**additives Verfahren**)
- Benutzung anderer Abwicklungsmuster (**Panning**)
- Ausreisserbereinigung (**Cape-Cod**)
- Benutzung abgeleiteter Grössen (**Frequency-Severity**)
- Berücksichtigung der Einzelfallreserven (**Incurred-Verfahren**)
- Einschränkung der berücksichtigten Information (**Chain-Ladder Last x**)
- etc.



## 2. Ein Problem: **divergierende Information**

Beispiel aus der Praxis:



- Longtail Branche, bedeutende Reserveposition im Gesamtbestand
- grösste Reserve wurde auf 100 normiert
- andere Verfahren zeigen auch grössere „Streuung“

Was ist hier der „Best Estimate“?

3

**3** Ein Ansatz:  
**Paid-Incurred Methoden**

### 3. Ein Ansatz: **Paid-Incurred Methoden**

#### Munich Chain-Ladder

- berücksichtigt Korrelation zwischen Zahlungen und Aufwänden
- Zentrale Grösse dabei sind die Relationen zwischen Zahlungen und Aufwänden

$$S_{i,k}^P / S_{i,k}^I$$

- Je nach dem ob diese über oder unter dem Mittel der beobachteten Verhältnisse liegen werden die Chain-Ladder Faktoren angepasst
- Die Höhe der Anpassung wird mit Hilfe der Beobachtungen (Daten) bestimmt: Es richtet sich nach der Varianz der Chain-Ladder Faktoren, der Varianz der Relationen zwischen Zahlungen und Aufwänden sowie der Korrelation zwischen Zahlungen und Aufwänden
- Grundlage bildet ein stochastisches Modell mit Annahmen über die ersten beiden Momente
- siehe Quarg und Mack [2004]

### 3. Ein Ansatz: **Paid-Incurred Methoden**

#### Lineare Modelle mit Nebenbedingung

- Basis sind die linearen Modelle, die für das **additive Verfahren** und das **Verfahren von Panning** als Begründung dienen.
- Zusätzlich wird in einem bivariaten Modell für Zahlungen und Aufwände eine Nebenbedingung eingeführt:
$$E[S_{i,n}^P] = E[S_{i,n}^I]$$
- Die Lösung der linearen Modells unter der Nebenbedingung ergibt die angepassten Schätzer.
- Durch die multivariate Betrachtungsweise werden die Schätzer auch durch die Varianzannahmen beeinflusst  
(im univariaten Fall wird üblicherweise die Varianzstruktur so gewählt, das die Varianz den Schätzer für den Erwartungswert nicht beeinflusst)
- siehe Kloberdanz und Schmidt [2009]

### 3. Ein Ansatz: **Paid-Incurred Methoden**

#### Erweiterte Lineare Modelle

- Basis sind die identische linearen Modelle für Zahlungen und Aufwände
- Diese beiden Modelle werden zusammen betrachtet und um weitere Bedingungen ergänzt, die sicherstellen, dass die Endschadenstände für Zahlungen und Aufwände identisch sind.
- Korrelation zwischen den Zahlungen und Aufwänden wird im Modell nicht explizit berücksichtigt
- Im Ergebnis sind die Endschadenstände im Zahlungsdreieck und im Aufwandsdreieck identisch für jedes Schadenjahr
- siehe Halliwell [2009]

### 3. Ein Ansatz: **Paid-Incurred Methoden**

#### Zusammenfassung:

- Definition der Varianzstruktur und Schätzung der Varianz nötig (besonders für die späten Abwicklungsjahre aufgrund der Datensituation schwierig)
- Abschätzung des Schätzfehlers im Modell enthalten
- Reduktion der Differenz bei den Methoden sehr unterschiedlich
- Zahlungen und Aufwände werden symmetrisch behandelt
- Lösung unabhängig von der Ursache der Differenz

„The actuary must judge whether the possible gain in precision is worth the addition in effort, in the risk of error, and in the difficulty of explaining the model to others“ (Halliwell [1997])

4

4 Ein zweiter Ansatz:  
**Bornhuetter-Ferguson Prinzip**

## 4. Ein zweiter Ansatz: **Bornhuetter-Ferguson Prinzip**

Darstellung der Schätzers für kumulierte Schadenstände  
gemäß zwei Einflussgrößen:

$$S_{i,k} = S_{i,n-i} + \left( \hat{\gamma}_k - \hat{\gamma}_{n-i} \right) \hat{\alpha}_i$$

- **Abwicklungsmuster:**  $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n$ 
  - Die Quoten  $\gamma_k$  geben den erwarteten Anteil der Zahlungen an, die bis Abwicklungsjahr  $k$  geleistet werden.
  - Die Abwicklungsmuster können auf verschiedene Weise und mit Hilfe unterschiedlicher Information geschätzt werden.
- **erwartete Endschadenstände:**  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ 
  - Im Modell gilt  $\alpha_i = E[S_{i,n}]$
  - Die erwarteten Endschadenstände können auf verschiedene Weise und mit Hilfe unterschiedlicher Information geschätzt werden.



## 4. Ein zweiter Ansatz: **Bornhuetter-Ferguson Prinzip**

### Analytischer Schritt:

Darstellung der Schätzer verschiedener Standardverfahren gemäss obige Formel:

Separation von Abwicklungsmuster und erwartetem Endschadenstand

|                                  | a-priori Quoten      | additive Quoten     | CL Quoten    | Panning Quoten    |
|----------------------------------|----------------------|---------------------|--------------|-------------------|
| a-priori Endschadenstand         | Bornhuetter-Ferguson |                     |              |                   |
| Cap-Cod Endschadenstand          | Cape-Cod             | Additives Verfahren |              |                   |
| Additiver Endschadenstand        |                      | Additives Verfahren |              |                   |
| Loss-Development Endschadenstand | Loss-Development     |                     | Chain-Ladder |                   |
| Panning-like Endschadenstand     |                      |                     |              | Panning Verfahren |
| Panning Endschadenstand          |                      |                     |              | Panning Verfahren |

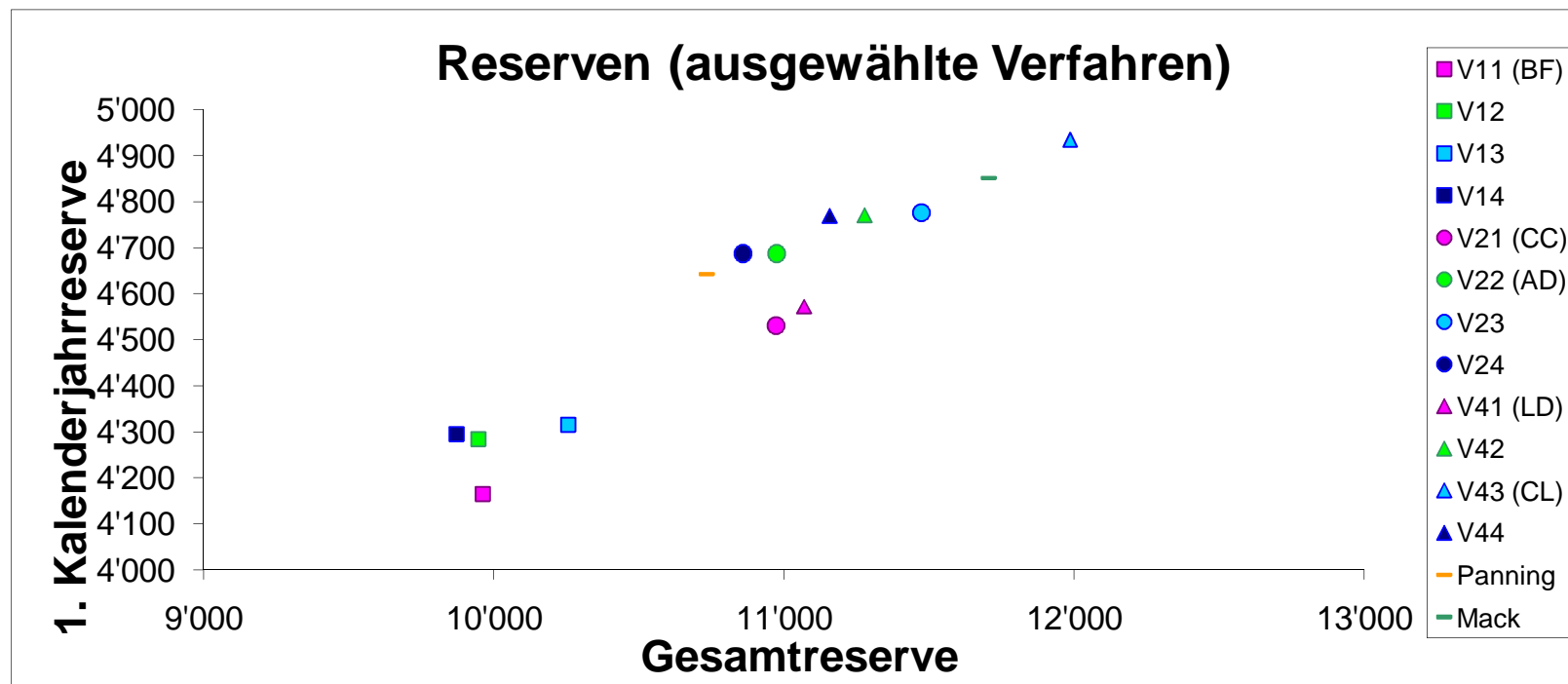
### Synthetischer Schritt:

Kombination von Abwicklungsmuster und erwartetem Endschadenstand

## 4. Ein zweiter Ansatz: **Bornhuetter-Ferguson Prinzip**

Simultane Anwendung der verschiedenen Verfahren:

ermöglicht Analyse der Effekte, die verschiedene Information und verschiedene Fortschreibungen auf die Reserve ausüben:



siehe Schmidt und Zocher [2008]

5

## 5 Die Herausforderung!

## 5. Eine Herausforderung!

Konkurrierende Information – unterschiedliche Ergebnisse

Was nun?

- Verfahren verwenden, die unterschiedliche Information gleichzeitig verarbeiten
- Vergleich über die Effekt auf die Reserven anstellen
- Ursachen der Differenzen verstehen!
- Entscheiden, welche Information in die Bestimmung des Best Estimate einfließen soll
- mehrere Verfahren, Methoden anwenden
- Bandbreiten über mögliche Ergebnisse aufzeigen
- Entscheiden, welche Information in die Bestimmung des Best Estimate einfließen soll

## Literatur

- GDV (Hrsg.) [2008] „*Methoden zur Schätzung von Schaden- und Prämienrückstellungen*“
- Halliwell, L.J [2009] „Modelling Paid and Incurred Losses Together“ CAS E-Forum Spring 2009
- Kloberdanz K. und Schmidt, K.D [2009] „Loss prediction in a linear model under a linear constraint“ AStA **93** S.205-220
- Quarg, G. und Mack, Th. [2004] „Munich Chain Ladder“ Blätter DGfVM **26** S.597-630
- Radtke, M. und Schmidt, K.D. (Hrsg) [2004] „*Handbuch zur Schadenreservierung*“ Verlag Versicherungswirtschaft
- Schmidt, K.D und Zocher. M [2008] „*The Bornhuetter-Ferguson Principle*“ Variance **2** S. 85-100