Modellierung und Simulation I und II (WiSe 2018/2019 und SoSe 2019) **Probeklausur**

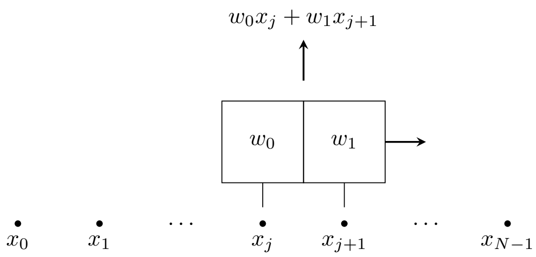
Jun.-Prof. Dr. Christian Mendl 11. Juli 2019

Name, Vorname: **Matrikelnummer:**

Hinweise:

- Schreiben Sie Ihren Namen und Matrikelnummer auf das Aufgabenblatt und jedes Lösungsblatt.
- Als Hilfsmittel ist lediglich ein beidseitig beschriebenes DIN A4 Blatt mit persönlichen Notizen zugelassen.
- Die tatsächliche Klausur wird (voraussichtlich) aus 5 Aufgaben bestehen.

Aufgabe 1 (Convolutional Layer in einer Dimension)
Wir betrachten eine 1D Convolutional Layer mit Eingabe $x \in \mathbb{R}^N$, Filter-Kernel $w \in \mathbb{R}^2$ und ensprechender Ausgabe a. Zur Vereinfachung werden Aktivierungsfunktion und Bias-Vektor weggelassen.
Der Zero-Padding Parameter (also die Anzahl links und rechts hinzugefügter Nullen) werde mit P bezeichnet und die Stride-Length mit S.

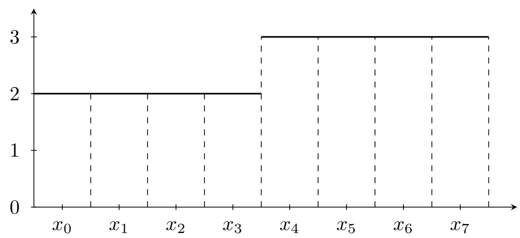


(a) Bestimmen Sie die Länge des Ausgabevektors a für die zwei Fälle

(i) $P = 0,\ S = 1$ und (ii) $P = 1,\ S = 2$.

(b) Es sei jetzt $N = 8$ und die Eingabe x die folgende Treppenfunktion:

$$x_j = \begin{cases} 2, & j = 0, \dots, 3 \\ 3, & j = 4, \dots, 7 \end{cases}$$



Geben Sie einen Kantendetektionsfilter an, d.h. wählen Sie $w \in \mathbb{R}^2$ so, dass für $P = 0$ und $S = 1$ die Ausgabe $a = (a_j)_{j=0}^{M-1}$ mit $a_j = \delta_{j,3}$ herauskommt, wobei M die im obigen Fall (i) bestimmte Ausgabedimension ist. Verifizieren Sie kurz, dass Ihr Filter tatsächlich das gewünschte Ergebnis liefert.

(c) Welche Ausgabe erhalten Sie mit Ihrem Filter für Stride-Length $S = 2$ und ansonsten gleichen Parametern wie in (b)?

(d) Es sei C eine von a abhängige Kostenfunktion. Bei vorgegebener Eingabe x wie in (b) und $P = 0$, $S = 1$ nehme die Ableitung von C folgende Werte an:

$$\frac{\partial C}{\partial a_j} = \begin{cases} -1, & j = 3 \\ \frac{1}{3}, & j = 4 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie hieraus den Gradienten bezüglich des Filter-Kernels w, also $(\frac{\partial C}{\partial w_0}, \frac{\partial C}{\partial w_1})$.

Aufgabe 2 (Dimensionsanalyse und Entdimensionalisierung)

Hinweis: Teilaufgaben (a) und (b) sind unabhängig voneinander.

(a) Ein Feuerwerkskörper bilde bei der Explosion eine kugelförmige Blase mit zeitabhängigem Radius R aus. Leiten Sie eine Relation zwischen dem Radius R, der vergangenen Zeit t, der Dichte ρ der umgebenden Luft und der freigesetzten Energie E her, wenn Sie annehmen, dass keine weiteren Größen in die Relation eingehen ($[\rho] = \mathsf{M}\,\mathsf{L}^{-3}$, $[E] = \mathsf{M}\,\mathsf{L}^2\,\mathsf{T}^{-2}$).

(b) Wir betrachten folgende Differentialgleichung für $u : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, wobei α, β und γ positive Konstanten sind:

$$u''(x) + \frac{\alpha}{(\gamma + x)\sqrt{\beta^2 + (u'(x))^2}}\, u(x)^3 = 0.$$

Wie müssen charakteristische Konstanten x_0 und u_0 für $\hat{x} = \frac{x}{x_0}$ und $\hat{u} = \frac{u}{u_0}$ gewählt werden, um die Differentialgleichung auf die Form

$$\hat{u}''(\hat{x}) + \frac{1}{(1 + \hat{x})\sqrt{1 + \lambda(\hat{u}'(\hat{x}))^2}}\, \hat{u}(\hat{x})^3 = 0$$

zu transformieren (wobei $\hat{u}'$ bzw. $\hat{u}''$ die erste und zweite Ableitung bezüglich $\hat{x}$ bezeichnet)? Wie lautet der verbleibende Parameter λ?

Aufgabe 3 (Allgemeine Verständnisfragen)

(a) Geben Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \partial_t u(x,t) + a\partial_x u(x,t) &= 0, \\ u(x,0) &= u_0(x) \end{aligned}$$

mit vorgegebenem differenzierbaren u_0 an.

(b) Beschreiben Sie kurz, wofür die `im2col`-Operation dient und wie sie umgesetzt wird. (Stichworte genügen, Formeln werden hier nicht erwartet.)

(c) Erklären Sie, was man unter "off-policy" Training beim Reinforcement Learning versteht.