

## Aufgaben zur Vorlesung Mathematik I/1

### 2. Woche

Die Aufgaben werden **nur diese Woche** auf diesem Wege zur Verfügung gestellt.

Versorgen Sie sich bitte ab nächster Woche aus der SLUB ...

#### Z <sup>1</sup>Ü1 Aufgabe 1.3.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, wenn p und auch q wahr sind?

(a)  $p \wedge \bar{q}$

(e)  $p \vee \bar{q}$

(b)  $\bar{p} \wedge q$

(f)  $\overline{(\bar{p} \wedge q)}$

(c)  $\overline{(p \wedge q)}$

(g)  $(\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge \bar{p}$

(d)  $p \Rightarrow q$

(h)  $\overline{(p \Rightarrow q)} = 0$

#### Z Ü1 Aufgabe 1.7.

Man gebe die Wahrheitstabellen folgender Aussagenverbindungen an:

(c)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

(d)  $(p \vee q) \wedge \overline{(r \vee q)}$

Wie können demnach c) und d) vereinfacht dargestellt werden?

#### Z Ü1 Aufgabe 1.5.

Welche der folgenden Implikationen sind für beliebige reelle Zahlen a, b, c, d stets wahr?

(a)  $(a > b) \Rightarrow (a^2 > b^2)$

(b)  $(a > b > c > 0) \Rightarrow (a^2 > ab > b^2 > bc > c^2)$

(c)  $[(a - b)^2 + 2ab > a^2 + b^2] \Rightarrow (a^2 > 12ab)$

**Hinweis:** Gesucht sind also diejenigen 'Quantor-haltigen' Aussagen aus (a) bis (c), die **wahr** sind.

(a)  $\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} : (a > b) \Rightarrow (a^2 > b^2)$

(b) ...

---

<sup>1</sup>Z - Aufgabe wird in der Zentralübung bearbeitet.

**Ü1 Aufgabe 1.10.**

Es seien  $x$  und  $y$  Variable für reelle Zahlen. Bestimmen Sie die Wahrheitswerte von:

- a)  $\forall x \forall y : y = x^2$ ,      b)  $\forall x \exists y : y = x^2$ ,  
c)  $\exists x \forall y : y = x^2$ ,      d)  $\exists x \exists y : y = x^2$ ,  
e)  $\forall y \exists x : y = x^2$ ,      f)  $\exists y \forall x : y = x^2$ .

**Z Ü1 Aufgabe 1.6.**

Bilden Sie die Negation von:

- b) Zu jedem Mann gibt es mindestens eine Frau, die ihn nicht liebt.

**Ü1 Aufgabe 1.9.**

Es sei  $Z(x, y)$  eine Aussageform. Bilden Sie die Negation von:

- a)  $\forall x \forall y : Z(x, y)$ ,      b)  $\forall x \exists y : Z(x, y)$ ,  
c)  $\exists x \forall y : Z(x, y)$ ,      d)  $\exists x \exists y : Z(x, y)$ .

**Ü1 Aufgabe 2.1.**

Zeigen Sie, dass für die endliche geometrische Reihe die Darstellung

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \begin{cases} \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, & \text{falls } q \neq 1 \\ n + 1, & \text{falls } q = 1 \end{cases}$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $q \in \mathbb{R}$  gilt. Welche Situationen ergeben sich beim Grenzübergang  $n \rightarrow \infty$ ?

**Ü1 Aufgabe 2.4.**

Zeigen Sie durch indirekten Beweis, dass

- a)  $\sqrt{3}$ ,  $\log_2 6$  bzw  $\frac{1+3\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$  irrationale Zahlen sind,