

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1 (inkl. einer Lösung)

4. Woche – komplexe Zahlen / Widerstände

Die Aufgaben wurden aus dem Aufgabenheft zur VL Dynamische Netzwerke adaptiert. Während in der Ma1-Klausur **ohne** Taschenrechner gearbeitet wird, kann es bei diesen Aufgaben naheliegend sein, einen Taschenrechner zu benutzen.

A1 Geben Sie den Real- und den Imaginärteil, den Betrag und den Phasenwinkel (= Argument) der folgenden komplexen Widerstände an:

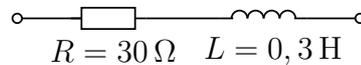
- | | |
|---|---|
| a) $\underline{Z} = 10 \Omega + i 5 \Omega$ | b) $\underline{Z} = 50 e^{i \frac{\pi}{3}} \text{ k}\Omega$ |
| c) $\underline{Z} = 5 \Omega - i 10 \Omega$ | d) $\underline{Z} = 4 e^{-i \frac{\pi}{4}} \text{ M}\Omega$ |

A2 Gegeben sind folgende komplexe Widerstände:

$$\underline{Z}_1 = 30 \Omega, \quad \underline{Z}_2 = i 10 \Omega, \quad \underline{Z}_3 = 30 \Omega + i 10 \Omega, \quad \underline{Z}_4 = 30 \Omega - i 10 \Omega.$$

- (a) Zeichnen Sie die komplexen Widerstände \underline{Z}_1 bis \underline{Z}_4 maßstäblich in eine komplexe Ebene ein.
- (b) Bestimmen Sie rechnerisch die Beträge und die Phasenwinkel und stellen Sie die \underline{Z}_ν in der Form $\underline{Z}_\nu = Z_\nu e^{i \varphi_\nu}$, $\nu = 1, 2, 3, 4$, grafisch dar. Überprüfen Sie die Ergebnisse von a).

Z A3 Gegeben ist eine technische Spule mit den angegebenen Daten:



- (a) Wie groß ist ihr komplexer Gesamtwiderstand (s. VL Bsp. 2.5)?
 ($\omega = 2\pi f = 2\pi 50 \text{ Hz}$, $1 \text{ H} = \frac{1 \text{ Vs}}{\text{A}}$)
- (b) Stellen Sie den komplexen Gesamtwiderstand für $\omega = 0 \dots \infty$ in der komplexen Ebene dar.

Z A4 Veranschaulichen Sie sich in der komplexen Zahlenebene den Begriff des sogenannten rotierenden Zeigers (wird im Fach Dynamische Netzwerke, 3. Semester verwendet):

$$z(t) = e^{i\omega t}$$

mit $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ für $t = 0, \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

(T ist die Periodendauer, $f = \frac{1}{T}$ die Frequenz und ω die sogenannte Kreisfrequenz).
 Stellen Sie Real- und Imaginärteil $\text{Re}(z(t))$, $\text{Im}(z(t))$ für $t \in [0, 2T]$ dar.

Wiederholung

A5 In der LVn Systemtheorie und Regelungstechnik werden Sie Folgendes nutzen:
 Dass alle reellen Koeffizienten eines Polynoms gleiches Vorzeichen haben, ist eine notwendige Bedingung dafür, dass es sich um ein Hurwitz-Polynom¹ handelt, s. [notwendige Bedingung](#).
 Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm mit der Menge der Hurwitz-Polynome, H , und der Menge der Polynome mit Koeffizienten gleichen Vorzeichens, V .

¹Ein Hurwitz-Polynom hat nur Nullstellen mit negativem Realteil.