Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
Prof. S. Franz (Z21 238, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (S7a 403, HA 32291)

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1

9. Woche – Ableitungsregeln

Stetigkeit von Funktionen

Z A1 In Def 3.49 ist eine Funktion f als im Punkt x_0 **stetig** definiert, wenn für sie folgende Aussage, a, wahr ist:

$$a = \forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in D_f \colon (|x - x_0| < \delta) \Rightarrow (|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon)$$

Geben Sie die Negation (quasi eine Definition für 'in x_0 **unstetig**') an!

A2 Welche (in ihrem Definitionsbereich) stetigen Funktionen kennen Sie?
Kennen Sie überhaupt irgendwelche unstetigen Funktionen?

Ableitungsregeln

A3 Bestimmen Sie mit Hilfe der Quotientenregel, Regel 3 in Kap. 4.1, die Ableitung von $y = \tan x$.

A4 Bestimmen Sie mit Hilfe der Regel 5 in Kap. 4.1 die Ableitung von $f = \arctan x$.

Grenzwerte

Z A5 (a) Bestimmen Sie die beiden Grenzwerte:

$$\text{(i)} \quad \lim_{x\to 0} \frac{3x + 2x^2 + x^3}{x + 3x^2}, \qquad \text{(ii)} \quad \lim_{x\to \infty} \frac{3x + 2x^2 + x^3}{x + 3x^2}.$$

(b) Denken Sie sich eine gebrochen rationale Funktion $f(x)$ aus, so dass gilt:

$$\text{(i)} \quad \lim_{x\to 0} f(x) = \infty \quad \text{und gleichzeitig} \quad \text{(ii)} \quad \lim_{x\to \infty} f(x) = \infty.$$