

## Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. einiger Lösungen)

### 2. Woche – Stetigkeit, partielle Ableitungen und 'Wann gilt Satz von Schwarz?'

#### A1 Stetig in $(x, y) = (0, 0)$ ?

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen

$$u = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
$$v = \begin{cases} \frac{x^6+9x^4y^2-9x^2y^4-y^6}{(x^2+y^2)^3}, & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ ?, & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit in  $(0, 0)$ , indem Sie

- Polarkoordinaten nutzen:  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$  und
- den Grenzwert  $\lim_{r \rightarrow 0}$  betrachten und
- evtl. den Grenzwert  $\lim_{r \rightarrow 0}$  für  $\varphi = 0$  sowie für  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  betrachten.

#### A2 fröhliches Ableiten

Überzeugen Sie sich, dass für  $u$  aus Aufgabe 1

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} u = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} u = v \quad \text{für } (x, y) \neq (0, 0)$$

gilt (Satz von Schwarz).

#### A3 fröhliches Ableiten $\Rightarrow$ Huch?! (weiter mit $u$ aus Aufgabe 1)

- Geben Sie die partielle Ableitung  $\frac{\partial}{\partial x} u$  für  $x = 0$  an:  $\frac{\partial}{\partial x} u(0, y) = \dots$  und berechnen Sie daraus  $\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} u(0, y)$ .
- Geben Sie die partielle Ableitung  $\frac{\partial}{\partial y} u$  für  $y = 0$  an:  $\frac{\partial}{\partial y} u(x, 0) = \dots$  und berechnen Sie daraus  $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} u(x, 0)$ .
- Geben Sie ((a) und (b) nutzend)  $\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} u(0, 0)$  und  $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} u(0, 0)$  an. Warum gilt hier der Satz von Schwarz nicht?

#### A4 Griechisches Alphabet - häufig benötigte Buchstaben

(a) Geben Sie die Namen der folgenden griechischen Buchstaben an:

- |              |             |              |              |
|--------------|-------------|--------------|--------------|
| a) $\Delta$  | b) $\delta$ | c) $\Phi$    | d) $\varphi$ |
| e) $\lambda$ | f) $\mu$    | g) $\varrho$ | h) $\sigma$  |

(b) Geben Sie die griechischen Buchstaben mit den folgenden Namen an:

- |          |            |        |          |
|----------|------------|--------|----------|
| a) gamma | b) epsilon | c) eta | d) theta |
| e) kappa | f) pi      | g) tau | h) omega |