

## Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. einiger Lösungen)

### 5. Woche – Div, grad, rot in EMF und Kurvenintegral in Polarkoordinaten

#### Div, grad, rot in elektrischen und magnetischen Feldern

- A1** Machen Sie sich die Rechenregel  $\text{rot grad } f = \underline{0}$  mit Hilfe des Satzes von Schwarz klar.
- A2** Da für jedes Feld  $\underline{F}$  die Regel  $\text{div rot } \underline{F} = 0$  gilt, ist z.B.  $\text{div } \underline{B} = 0$  garantiert, wenn  $\underline{B} = \text{rot } \underline{F}$ .  
 Formulieren Sie den analogen Satz für  $\text{rot grad } f = \underline{0}$ .

**Z A3** **quellenfrei: Divergenz= 0 und wirbelfrei: Rotation= 0**

Sie lernen in der Lehrveranstaltung *Elektrische und magnetische Felder* das stationäre elektrische Strömungsfeld (Kap. 2), das elektrostatische Feld (Kap. 3) und das allgemeine elektromagnetische Feld (Kap. 4) kennen. Sie finden die Gleichungen des allgemeinen elektromagnetischen Feldes, die Maxwellschen Gleichungen, hier: [Zusammenfassung EMF](#).

- (a) Machen Sie sich zunächst für das allgemeine elektromagnetische Feld klar, für welche der Felder,  $\underline{H}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{E}$ ,  $\underline{D}$  immer gilt: Divergenz= 0 bzw. Rotation= 0.
- (b) Wie ändert sich das Ergebnis von (a) für das stationäre Strömungsfeld, also für  $I = \frac{dQ}{dt} = \text{konstant}$ . (Außerdem gilt:  $\frac{\partial D}{\partial t} = 0, \frac{\partial B}{\partial t} = 0$ .)
- (c) Wie ändert sich das Ergebnis von (a) für das elektrostatische Feld, also für  $I = \frac{dQ}{dt} = 0$ , somit  $\underline{J}_K = 0$ . (Außerdem gilt:  $\frac{\partial D}{\partial t} = 0, \frac{\partial B}{\partial t} = 0$ .)

Nutzen Sie **A2**, um sich klar zumachen, in welchen Fällen (a-c)  $\underline{E} = -\text{grad } \varphi$  gilt und in welchen nicht.

| Allg. elektromagn. Feld<br>Maxwellsche Gln. | Stationäres Strömungsfeld<br>$I = \frac{dQ}{dt} = \text{konstant}$ | Elektrostatisches Feld<br>$I = \frac{dQ}{dt} = 0$ |
|---|--|---|
| $\text{rot } \underline{H} = \dots$         | $\text{rot } \underline{H} = ?$                                    | $\text{rot } \underline{H} = ?$                   |
| $\text{rot } \underline{E} = \dots$         | $\dots$  |   |
| $\text{div } \underline{D} = \dots$         |  |   |
| $\text{div } \underline{B} = \dots$         |  |   |

**A4** **Zusatz: Anwendung Ladung einer Fläche in Zylinderkoordinaten**

Vollziehen Sie die Berechnung der Ladung einer Fläche in [TET S. 102](#) nach.

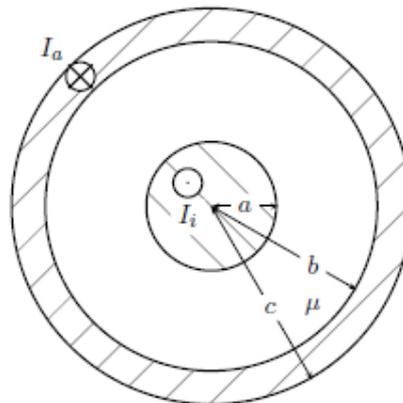
Hinweis: Im Fach Theoretische Elektrotechnik wird für die Zylinderkoordinaten  $(\varrho, \varphi, z)$  anstelle von  $(r, \varphi, z)$  verwendet. Der Radius  $\varrho$  ist nicht zu verwechseln mit der Flächenladungsdichte  $\varrho_F$  in diesem Beispiel.

## A5 Zusatz: Volumenintegral in TET

Parametrisieren Sie das in Aufgabe 9.3.b), s. unten, beschriebene Gebiet.

### Aufgabe 9.3

Eine sehr lange koaxiale Leiteranordnung entlang der  $z$ -Achse dient als Zu- und Rückleitung eines Gleichstromverbrauchers. Der Innenleiter hat den Radius  $a$  und der Außenleiter den Innenradius  $b$  und den Außenradius  $c$ . Der Innenleiter führt den Strom  $I_i = +I$  und der Außenleiter den Strom  $I_a = -I$ .



- Berechnen Sie die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  im gesamten Raum.
- Berechnen Sie die zwischen dem Innen- und Außenleiter gespeicherte magnetische Energie von einem Stück von der Anordnung der Länge  $l$ .