

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. einiger Lösungen)

7. Woche – Sektorformel, ...

A1 2D-Gauß \Rightarrow Sektorformel zur Flächenberechnung

Verwenden Sie die Sektorformel [Bem. 9.49](#) zur Berechnung der Fläche des ebenen Bereiches in Aufgabe 2/20.9 d (also mit $f(P) = 1$).

Z A2 2D-Gauß zur Flächenberechnung \Rightarrow 3D-Gauß zur Volumenberechnung

Der Trick bei der Sektorformel [Bem. 9.49](#) ist die Anwendung Satzes von Gauß im 2D-Fall mit Wahl eines günstigen Vektorfeldes \underline{v} , dessen Divergenz konstant ist. Wenden Sie diese Idee zur Volumenberechnung mit Hilfe des Satzes von Gauß in 3D an. Wie wählen Sie das Vektorfeld \underline{v} in diesem Fall?

A3 Fläche in Archimedischer Spirale

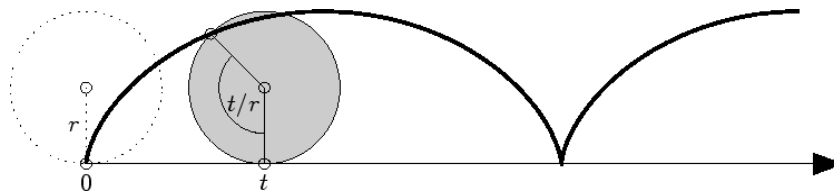
Berechnen Sie die Fläche, die von der Archimedischen Spirale

$$\underline{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} t \cos(t) \\ t \sin(t) \end{pmatrix}$$

bei der ersten Umdrehung eingeschlossen wird.

Z A4 Abrollen eines Rades: Bogenlänge und Fläche der Zykloide

Ein Rad mit Radius $r = 1$ rollt entlang einer Geraden. Betrachtet werde ein fester Punkt auf dem Rad.



- Leiten Sie die Kurve, die der Punkt beim Abrollen des Rades beschreibt, in Parameterdarstellung $x(t), y(t)$ her. Wählen Sie dazu als Parameter t die Strecke zwischen Startpunkt und momentanem Berührungspunkt des Rades (s. Skizze).
- Berechnen Sie die Länge der in (a) bestimmten Kurve für das einmalige Abrollen des Rades.
- Berechnen Sie die Fläche unter der in (a) bestimmten Kurve für das einmalige Abrollen des Rades.