Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
Prof. S. Franz (Z21 238, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (S7a 403, HA 32291)

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. Lösungen)
11. Woche – DGL 1. Ordnung, eindeutige Lsg.

Z A1 $y'(x) = f(x)$ **vs.** $y'(x) = f(y(x))$
Sie haben in der VL 11.2 die allgemeine Form der DGL 1. Ordnung $y'(x) = f(x, y(x))$ kennen gelernt. Welchen der beiden Spezialfälle $y'(x) = f(x)$ oder $y'(x) = f(y(x))$ können Sie bereits lösen und wie?

A2 Für Fortgeschrittene: **Existenz und Eindeutigkeit der Lösung**

(a) Welche Lösung hätte die Anfangswertaufgabe (AWA) 24.9 b mit der Anfangsbedingung $y(1) = -1$?
Erfüllt diese AWA die Bedingung für Eindeutigkeit der Lösung aus Satz 11.7?

(b) Erfüllt die AWA 24.9 g die Bedingung aus Satz 11.7? Welchen Wert nimmt die Lösung für $x = 2$ an?

Z (c) Bei Aufgabe 24.12 b) $xy' + (y+1)\ln x = 0, \quad y(1) = -1$ 'sieht' man sofort eine Lösung $y \equiv -1$ die auch noch die Anfangsbedingung erfüllt. Erfüllt die DGL in einem Intervall um $x = 1$ Bedingung im Satz 11.7 und ist damit die 'gesehene' Lösung sicher die Einzige?

Zusatz: Wiederholung Kurvenintegrale: Aufgabe 1.4 aus der LV Theoretische Elektrotechnik 1
Gegeben ist die Vektorfunktion $\underline{F}(\underline{r})$ sowie die orientierten Wege W_1 und W_2:

$$\begin{aligned}
&\underline{F}(\underline{r}) = y\underline{e}_x - x\underline{e}_y + (x+y+z)\underline{e}_z \\
&W_1 : \underline{r}(t) = \underline{e}_x + t\underline{e}_z && (0 \le t \le 1) \\
&W_2 : \underline{r}(t) = \cos(2\pi t)\underline{e}_x + \sin(2\pi t)\underline{e}_y + t\underline{e}_z && (0 \le t \le 1).
\end{aligned}$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$a) \int_{W1} \underline{F}(\underline{r}) \cdot \mathrm{d}\underline{r} \qquad b) \int_{W1} \underline{F}(\underline{r}) \times \mathrm{d}\underline{r} \qquad c) \int_{W2} \underline{F}(\underline{r}) \cdot \mathrm{d}\underline{r} \qquad d) \int_{W2} \underline{F}(\underline{r}) \times \mathrm{d}\underline{r}.$$