TUD · FR Mathematik · Inst. für Math. Stochastik · Dr. W. Kuhlisch

Wiederholungsaufgaben aus Ma 2,1 zur Prüfungsvorbereitung

Die 3 Kreise 🔴 🟡 🟢 mit Ampelfarben dienen der Selbsteinschätzung. Kreuzen Sie an:

🟢 Ich kann die Frage vollständig beantworten und bin mir sicher, dass meine Antwort richtig ist.
🟡 Ich kann die Frage nur teilweise beantworten und bin mir nicht so sicher.
🔴 Ich kann die Frage nicht beantworten bzw. ich bin mir sehr unsicher, wie die richtige Antwort lautet.

Funktionen einer komplexen Veränderlicher

01. Was versteht man unter den Begriffen "Gebiet" und "einfach zusammenhängendes Gebiet"? 🔴 🟡 🟢

02. Wie erhält man prinzipiell das durch eine Funktion $w = f(z)$ vermittelte Bild einer in der $z-$ Ebene liegenden Kurve C?
Wie geht man vor, wenn mittels f eine beschränkte Teilmenge von $\mathbb{C}$ mit dem Rand C abgebildet werden soll? 🔴 🟡 🟢

03. Was versteht man unter einer konformen Abbildung? 🔴 🟡 🟢

04. Interpretieren Sie die durch die Funktionen $w = az + b$ $(a, b \in \mathbb{C})$ und $w = \frac{1}{z}, z \neq 0$ vermittelten Abbildungen geometrisch anschaulich. 🔴 🟡 🟢

05. Erklären sie die Begriffe $\lim_{n\to\infty} z_n = z_0$ und $\lim_{z\to z_0} f(z) = a$, 🔴 🟡 🟢

06. Was versteht man unter den Begriffen "f ist bei $z = z_0$ stetig",
"f ist bei $z = z_0$ differenzierbar"
"f ist auf einer Menge G differenzierbar"
"f ist bei $z = z_0$ holomorph?"

07. Wie überprüft man die in Frage 6 genannten Eigenschaften?

08. Wie kann man zu einer Funktion $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ deren 1. Ableitung ermitteln?

09. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion f? Gibt es in $\mathbb{C}$ stetige Funktionen, die nirgends differenzierbar sind?

10. Unter welchen Voraussetzungen existiert zu einer Funktion $u(x, y)$ eine Funktion $v(x, y)$, so dass $f(z) = u + i\,v$ holomorph ist?

11. Begründen Sie die Aussage "$f(z) = \sin z$ ist in $\mathbb{C}$ nicht beschränkt".

12. Wie kann man $\int_C f(z)\,d\,z$ berechnen?

13. Wie lautet der Cauchysche Integralsatz?

14. Begründen Sie, dass $\int_{C_1} \frac{1}{z+1} dz = \int_{C_2} \frac{1}{z+1} dz$
für $C_1 : |z + 1| = 2$,
C_2... Ellipse mit Mittelpunkt $z = -1$, Halbachsen $a > 0, b > 0$ gilt.

15. Wie lautet die Cauchysche Integralformel?

16. Was kann über die Konvergenz einer Potenzreihe $\sum_k a_k z^k$ $(a_k, z \in \mathbb{C})$ ausgesagt werden, wenn die Reihe bei $z = z_1$ konvergiert und bei $z = z_2$ divergiert mit $|z_2| > |z_1|$?

17. Beweisen Sie die Eulersche Formel $e^z = \cos z + i \sin z$ für $z \in \mathbb{C}$.

18. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Begriffen ”Potenzreihe” und ”holomorphe Funktion”?

19. Was versteht man unter einer ”Laurentreihe” einer Funktion f?

20. Was ist eine ”isolierte Singularität” einer Funktion f und wie werden Singularitäten klassifiziert?

21. Was bedeutet $Res(f, z_0)$? Wie bestimmt man diese Größe? Wo wird sie angewendet?

22. Wie lautet der Residuensatz? Welche Anwendungen kennen Sie?

21. Was ist eine Möbius-Transformation? In welche Kurven der w- Ebene werden Kreise der z- Ebene mittels einer Möbiustransformation überführt?