

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/1

1. Woche – komplexe Zahlen

Aufgabe 7.1.1.

Gegeben sei eine beliebige komplexe Zahl z . Man ermittle die komplexen Zahlen z_1 und z_2 so, dass

- (a) $z_1 * z$ gegenüber z um den Faktor 2 gestreckt und um $\frac{\pi}{3}$ im mathematisch negativen Sinn gedreht ist.
- (b) $z_2 * z$ gegenüber z um den Faktor 3 gestaucht und um $\frac{2\pi}{3}$ im mathematisch positiven Sinn gedreht ist.

Welche Drehstreckungen bewirken die Zahlen z_1^* , z_2^* , $\frac{1}{z_1}$ und $\frac{1}{z_2}$?

Aufgabe 7.1.5.

Wie lautet die trigonometrische Form von $\frac{1}{z^*}$ für $z = r e^{i\varphi}$?

Was ergibt sich speziell für $r = 1$?

Aufgabe 7.1.6.

Ein Student berechnet den Betrag von e^{iz} folgendermaßen:

Wegen $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ gilt

$$|e^{iz}| = \sqrt{\cos^2 z + \sin^2 z} = 1 .$$

Jedoch gilt z.B. für $z = i$:

$$|e^{iz}| = |e^{-1}| = \frac{1}{e} \neq 1 .$$

- (a) Wo steckt der Fehler?
- (b) Wie ist die Rechnung richtig auszuführen?

Aufgabe 7.1.7

Man bestimme Real- und Imaginärteil der folgenden Funktionen

$$\text{a) } w = z^3, \quad \text{b) } w = \frac{1}{z} .$$

Man behandle die Aufgaben auch in Eulerscher Darstellung.