

## Aufgabe 2

Gegeben ist folgende Funktion:

$$f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad f(z = x + iy) = e^{ix} e^{-y}.$$

Für welche  $z \in \mathbb{C}$  ist  $f$  komplex differenzierbar und wo ist  $f$  holomorph? Geben Sie die komplexe Ableitung  $f'(z)$  an (falls sie existiert).

8

## Aufgabe 3

Gegeben seien folgende Funktionen  $f_{\dots}: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

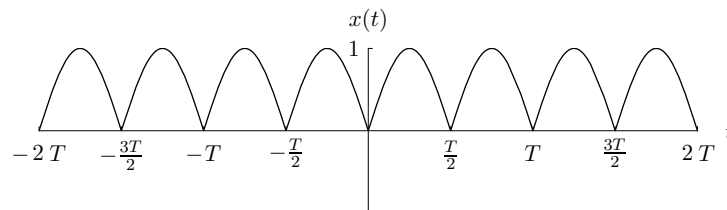
$$\text{i) } f_i(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}, \quad \text{ii) } f_{ii}(x) = |x|, \quad \text{iii) } f_{iii}(x) = x.$$

Beantworten Sie die Fragen (a,b,d) für jede der drei Funktionen  $f_{\dots}$ .

- (a) Setzen Sie die Funktion direkt zu einer  $2\pi$ -periodischen Funktion  $F(x)$  fort und skizzieren Sie diese über 2 Perioden. 1,5
- (b) Geben Sie einen **Ansatz** zur Berechnung der Koeffizienten der **komplexen** Fourierreihe von  $F(x)$  an (Integrationsgrenzen, richtige Funktion einsetzen ...). Berechnen Sie  $c_0$  (Die anderen Koeffizienten sollen Sie **nicht** berechnen). 6
- (c) In welchem der drei Fälle i)-iii) erwarten Sie 'rein reelle' bzw. 'rein imaginäre' Fourier-Koeffizienten? 2
- (d) Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe für  $x = \pi$ ? 1,5

## Aufgabe 4

- (a) Gegeben ist das periodische Signal  $x(t) = \cos(t) + 2\sin(2t)$ . Geben Sie die Koeffizienten der reellen Fourierreihe des Signals sowie die (kleinste) Periodendauer des Signals an! 3
- (b) Das abgebildete Signal soll durch folgende Reihe dargestellt werden:  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{ik\omega_0 t}$ .



- i) Geben Sie die (kleinste) Periodendauer, die Grundfrequenz  $\omega_0$  und
- ii) eine Formel zur Berechnung der  $X_k$  an. (Ansatz, richtige Funktion einsetzen ... Sie sollen die  $X_k$  **nicht** berechnen.) 4
- (c) Gegeben sind die folgenden Koeffizienten der komplexen Fourierreihe eines **reellen**  $2\pi$ -periodischen Signals  $x(t)$ :  $c_0 = 2$ ;  $c_1 = i$  und  $c_k = 0$  für  $|k| > 1$ .
- i) Geben Sie  $c_{-1}$  an.
- ii) Skizzieren Sie das Signal über eine Periode (Achsen beschriften!). 4