

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/1 14. Woche – Residuum

A1 Herleitung Residuenberechnung

Betrachtet wird das Integral

$$I = \oint_C f(z) dz$$

wobei $f(z) = \frac{h(z)}{(z-z_0)^3}$ und $h(z)$ eine um z_0 holomorphe Funktion ist und der Integrationsweg C z_0 einmal umläuft.

Da die Funktion $h(z)$ um z_0 holomorph ist, lässt sie sich als komplexe Potenzreihe ([VL13.3](#)) darstellen:

$$h(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k (z - z_0)^k.$$

- Schreiben Sie die ersten 3 Summanden der Potenzreihe von $h(z)$ sowie der Laurent-Reihe von $f(z) = \sum_{k=?}^{\infty} a_k (z - z_0)^k$ aus.
- Welcher Koeffizient ist das [Residuum](#) von $f(z)$?
- Führen Sie mit $f(z) =$ die ersten 3 Summanden . . . ein paar Rechenschritte durch, bis $a_{-1} =$ erhalten. Sie dürfen sich an [Zusatz in AB7](#) erinnern ;-) und
 - $f(z)$ mit geeigneten Potenzen von $(z - z_0)$ multiplizieren,
 - ggf. nach einer geeigneten Variablen ableiten,
 - ggf. durch einen geeigneten Ausdruck teilen und
 - einen geeigneten Wert für z einsetzen.
- Überlegen Sie sich, wie Sie bei $f(z) = \frac{h(z)}{(z-z_0)^n}$ vorgehen würden?
- Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit [Satz 13.80](#).