

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/2 (inkl. Kurzlösung)

1. Woche – Kombinatorik

- A1** Schreiben Sie sämtliche unterschiedliche Anordnungen der Zahlen 1, 1, 1, 2, 2, 2 auf. Überlegen Sie sich eine Formel zur Berechnung der Anzahl dieser Anordnungen.

Kurzlösung: 20 Anordnungen.

- A2** Acht Personen, die täglich (einmal) an einem Tisch zusammenkommen, wollen sich an jedem Tag in einer anderen Anordnung auf die 8 verschiedenen Stühle am Tisch setzen. Wie lange brauchen Sie, um alle Möglichkeiten durchzuprobieren?

Kurzlösung: 40320 Anordnungen, ca. 110 Jahre.

- A3** Wie viele Diagonalen hat ein (konvexes) n -Eck?

Kurzlösung: $\frac{(n-3)n}{2}$

- A4** Wie viele Steine hat ein Dominospiel, bei dem die Zahlen von 0 bis 9 auftauchen?

Kurzlösung: 55 Steine.

- A5** In der Blindenschrift kann durch Anordnung von 6 Punkten auf dem Papier auf bestimmten Plätzen ein Zeichen dargestellt werden. Wenn nun bei jedem der 6 Plätze "Punkt" oder "Leerstelle" möglich ist, wie groß ist dann die Anzahl der darstellbaren Zeichen?

Kurzlösung: 64 Möglichkeiten.

Dies ist eine **Variation mit Wiederholung** $n = 2, k = 6$.

- A6** Ein zylindrisches Zifferschloß hat vier koaxiale Ringe mit je 6 unterschiedlichen Ziffern. Das Einstellen einer Ziffernfolge und die Probe, ob sich das Schloß öffnen läßt, dauert ca. 20 Sekunden. Wie lange muß ungünstigstenfalls probiert werden, bis sich das Schloß öffnen läßt?

Kurzlösung: 1296 mögliche Einstellungen.

A7 Wie groß ist die Anzahl der möglichen “Treffbilder”, die sich beim Wurf auf 9 (in üblicher Weise) aufgestellte Kegel ergeben? (Dabei sind zwei Treffbilder gleich, wenn in beiden Fällen genau dieselben Kegel umgefallen sind.)

Kurzlösung: 512 mögliche “Treffbilder”

A8 In einer Gesellschaft von n Damen und n Herren werden Paare (aus einer Dame und einem Herren) gebildet .

(a) Wie viele Konstellationen von 4 Paaren lassen sich für $n = 4$ bilden?

(b) Wie viele Konstellationen von 4 Paaren lassen sich für $n = 10$ bilden?

Kurzlösung:

(a) 24 Möglichkeiten.

(b) $5040 \cdot 210 = 1\,058\,400$ Konstellationen.

A9 Eine Gruppe von 20 Personen soll in 4 Teilgruppen zu je 5 Personen eingeteilt werden (von denen je eine eine spezielle Aufgabe erledigen soll). Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Kurzlösung: 11 732 745 024 Möglichkeiten.

Hinweis: Überlegen Sie sich, für welche der Aufgaben es sich aus kombinatorischer Sicht um Kombinationen, Variationen oder Permutationen (mit oder ohne Wiederholung) handelt.