

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/2 (inkl. Kurzlösung)

1. Woche – Kombinatorik

- A1** Schreiben Sie sämtliche unterschiedliche Anordnungen der Zahlen 1, 1, 1, 2, 2, 2 auf. Überlegen Sie sich eine Formel zur Berechnung der Anzahl dieser Anordnungen.

Kurzlösung: 20 Anordnungen.

- A2** Acht Personen, die täglich (einmal) an einem Tisch zusammenkommen, wollen sich an jedem Tag in einer anderen Anordnung auf die 8 verschiedenen Stühle am Tisch setzen. Wie lange brauchen Sie, um alle Möglichkeiten durchzuprobieren?

Kurzlösung: 40320 Anordnungen, ca. 110 Jahre.

- A3** Wie viele Diagonalen hat ein (konvexes) n -Eck?

Kurzlösung: $\frac{(n-3)n}{2}$

- A4** Welche Bedeutung hat der Binomialkoeffizient $\binom{5}{2}$?

Kurzlösung: $\binom{5}{2}$ = Anzahl der Möglichkeiten 2 aus 5 (ohne Beachtung der Reihenfolge) auszuwählen.

- A5** Wie viele Steine hat ein Dominospiel, bei dem die Zahlen von 0 bis 9 auftauchen?

Kurzlösung: 55 Steine.

- A6** In der Blindenschrift kann durch Anordnung von 6 Punkten auf dem Papier auf bestimmten Plätzen ein Zeichen dargestellt werden. Wenn nun bei jedem der 6 Plätze "Punkt" oder "Leerstelle" möglich ist, wie groß ist dann die Anzahl der darstellbaren Zeichen?

Kurzlösung: 64 Möglichkeiten.

- A7** Ein zylindrisches Ziffernschloß hat vier koaxiale Ringe mit je 6 unterschiedlichen Ziffern. Das Einstellen einer Ziffernfolge und die Probe, ob sich das Schloß öffnen läßt, dauert ca. 2 Sekunden. Wie lange muß ungünstigstenfalls probiert werden, bis sich das Schloß öffnen läßt?

Kurzlösung: 1296 mögliche Einstellungen.

A8 Wie groß ist die Anzahl der möglichen “Treffbilder”, die sich beim Wurf auf 9 (in üblicher Weise) aufgestellte Kegel ergeben? (Dabei sind zwei Treffbilder gleich, wenn in beiden Fällen genau dieselben Kegel umgefallen sind.)

Kurzlösung: 512 mögliche “Treffbilder”

A9 In einer Gesellschaft von n Damen und n Herren werden Paare (aus einer Dame und einem Herren) gebildet .

(a) Wie viele Konstellationen von 4 Paaren lassen sich für $n = 4$ bilden?

(b) Wie viele Konstellationen von 4 Paaren lassen sich für $n = 10$ bilden?

Kurzlösung:

(a) 24 Möglichkeiten.

(b) $5040 \cdot 210 = 1\,058\,400$ Konstellationen.

A10 20 Personen sollen in 4 Gruppen zu je 5 Personen eingeteilt werden (von denen je eine Gruppe eine spezielle Aufgabe erledigen soll). Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Kurzlösung: 11 732 745 024 Möglichkeiten.

Zusatz: Überlegen Sie sich, für welche der Aufgaben es sich um Permutationen oder Kombinationen bzw. Variationen (mit oder ohne Wiederholung) handelt.