Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz (WIL B207, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (WIL C202, HA 42378)
Sommersemester 2019

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/2 (inkl. Kurzlösung)
3. Woche – Laplace-Experimente

A1 Denken Sie sich Ereignisse aus, bei denen die zu ermittelnde Anzahl der (günstigen) Fälle gleich

(a) $9!$ bzw. $\frac{9!}{2!}$, $\frac{9!}{2!\cdot 3!}$ oder $\frac{9!}{3!\cdot 6!}$,

(b) $4 \cdot 3$,

(c) $\binom{4}{2}$,

(d) 4^2 ist.

Nutzen Sie ggf. VL 13_1, Bsp. 13.7.

A2 Eine Seminargruppe bestehe aus 25 zufällig ausgewählten Studenten. Betrachtet werden deren Geburtstage, die auf 365 Tage gleichverteilt angenommen werden.

(a) Geben Sie die Anzahl der möglichen Geburtstage eines Studenten, von 2 Studenten und der Seminargruppe an (Anzahl der Elementarereignisse).

(b) Wieviele Fälle gibt es, bei denen **keine** 2 Studenten am gleichen Tag Geburtstag haben?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (mindestens) 2 Studenten am gleichen Tag Geburtstag haben?

(d) Wieviele Studenten müssten in einer Seminargruppe sein, damit mit 90%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens 2 am gleichen Tag Geburtstag haben?

Kurzlösung:

(a) $365, 365^2, 365^{25}$

(b) $g = 365 \cdot 364 \cdot \ldots 341$

(c) $1 - g/365^{25} = 0,57$

(d) 41 Studenten. $1 - 365 \cdot 364 \cdot \ldots 325/365^{41} = 0,9$

A3 alte Klausuraufgaben

(a) $N > 2$ Personen setzen sich auf willkürliche Weise an einen runden Tisch mit N Plätzen. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit p dafür, dass zwei vorher bestimmte Personen A und B nebeneinander sitzen.

Kurzlösung: $\frac{2}{N-1}$

(b) Ein 14-jähriger bereitet sich auf die Prüfung für den Angelschein vor, bei der aus 1000 möglichen Fragen willkürlich 60 ausgewählt werden. Im Internet absolviert er einen Probetest mit ebenfalls 60 Fragen aus den 1000 möglichen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er in der Prüfung wenigstens eine Aufgabe hat, die er aus dem Probetest schon kennt? Hinweis: Ergebnis nur formelmäßig angeben. Es ist **kein** Zahlenwert gefordert!

Kurzlösung: $1 - \frac{?}{??}$

(c) Die im 2. Weltkrieg verwendete Chiffrier-/Dechiffrier-Maschine Enigma enthielt unter anderem 3 drehbare Scheiben (Rotorscheiben) mit je 26 Startstellungen (analog Fahrradzahlenschloss).

i. Es sind 5 verschiedene Rotorscheiben vorhanden. Von diesen werden drei ausgewählt und in die Steckplätze 1 bis 3 der Enigma gesteckt. Wie viele verschiedene Konfiguration sind möglich?

ii. Geben Sie die Anzahl verschiedener Startstellungen der 3 Rotorscheiben an.

iii. Die Enigma realisiert auch eine Vertauschung von 6 Buchstabenpaaren mit einem Steckbrett, an dem jeden Tag neu 6 Steckverbinder gesteckt werden. Ein Steckverbinder von z.B. 'A' nach 'B' vertauscht die Buchstaben A und B (und B mit A) bei der Kodierung. Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, 6 Vertausch-Buchstabenpaare aus 26 Buchstaben auszuwählen (kein Buchstabe wird mehrfach verwendet)! Hinweis: Die Reihenfolge der Paare ist unwesentlich.

Kurzlösung:

i. 60,

ii. $26^?$,

iii. $\frac{26 \cdot 25}{2} \cdot \frac{\dots}{2} \dots \cdot \frac{1}{6!}$.

(d) **Keine Angst vor'm Fälle-zählen!**
In einem Haus befinden sich zwei Fahrstühle, die die Etagen 0-6 befahren. Im Erdgeschoß (0. Etage) steigen in den linken Fahrstuhl drei Personen ein, in den rechten steigt eine Person ein. Jede dieser Personen verlässt den Aufzug unabhängig von den anderen Personen ab der ersten Etage mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf jeder Etage. Die Fahrstühle bleiben stehen, wenn der letzte Fahrgast ausgestiegen ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der linke Fahrstuhl auf einer Etage oberhalb vom Haltepunkt des rechten Fahrstuhls stehen bleibt?

Kurzlösung: $1 - P(\text{linker Fahrstuhl maximal so hoch wie rechter}) = 1 - \frac{441}{1296}$.