Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
Prof. S. Franz (Z21 238, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (S7a 403, HA 32291)

inkl. Kurzlösung

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1 (inkl. einer Lösung)
4. Woche – komplexe Zahlen / Widerstände

Die Aufgaben wurden aus dem Aufgabenheft zur VL Dynamische Netzwerke adaptiert.
Während in der Ma1-Klausur **ohne** Taschenrechner gearbeitet wird, kann es bei diesen Aufgaben naheliegend sein, einen Taschenrechner zu benutzen.

A1 Geben Sie den Real- und den Imaginärteil, den Betrag und den Phasenwinkel (= Argument) der folgenden komplexen Widerstände an:

a) $\underline{Z} = 10\,\Omega + \mathrm{i}\,5\,\Omega$ b) $\underline{Z} = 50\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}\,\mathrm{k}\Omega$

c) $\underline{Z} = 5\,\Omega - \mathrm{i}\,10\,\Omega$ d) $\underline{Z} = 4\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\,\mathrm{M}\Omega$

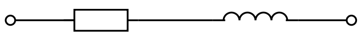
A2 Gegeben sind folgende komplexe Widerstände:

$$\underline{Z}_1 = 30\,\Omega, \quad \underline{Z}_2 = \mathrm{i}\,10\,\Omega, \quad \underline{Z}_3 = 30\,\Omega + \mathrm{i}\,10\,\Omega, \quad \underline{Z}_4 = 30\,\Omega - \mathrm{i}\,10\,\Omega.$$

(a) Zeichnen Sie die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ bis $\underline{Z}_4$ maßstäblich in eine komplexe Ebene ein.

(b) Bestimmen Sie rechnerisch die Beträge und die Phasenwinkel und stellen Sie die $\underline{Z}_\nu$ in der Form $\underline{Z}_\nu = Z_\nu\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\varphi_\nu}$, $\nu = 1, 2, 3, 4$, grafisch dar. Überprüfen Sie die Ergebnisse von a).

Z A3 Gegeben ist eine technische Spule mit den angegebenen Daten:



$R = 30\,\Omega \quad L = 0{,}3\,\mathrm{H}$

(a) Wie groß ist ihr komplexer Gesamtwiderstand (s. VL Bsp. 2.5)?
($\omega = 2\pi f = 2\pi 50\,\mathrm{Hz},\ 1\,\mathrm{H} = \frac{1\,\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}$)

(b) Stellen Sie den komplexen Gesamtwiderstand für $\omega = 0 \ldots \infty$ in der komplexen Ebene dar.

Z A4 Veranschaulichen Sie sich in der komplexen Zahlenebene den Begriff des sogenannten rotierenden Zeigers (wird im Fach Dynamische Netzwerke, 3. Semester verwendet):

$$z(t) = e^{i\omega t}$$

mit $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ für $t = 0, \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.
(T ist die Periodendauer, $f = \frac{1}{T}$ die Frequenz und ω die sogenannte Kreisfrequenz).
Stellen Sie Real- und Imaginärteil $\mathrm{Re}(z(t)), \mathrm{Im}(z(t))$ für $t \in [0, 2T]$ dar.

Wiederholung

A5 In der LVn Systemtheorie und Regelungstechnik werden Sie Folgendes nutzen:
Dass alle reellen Koeffizienten eines Polynoms gleiches Vorzeichen haben, ist eine notwendige Bedingung dafür, dass es sich um ein Hurwitz-Polynom[1] handelt, s. notwendige Bedingung.

[1] Ein Hurwitz-Polynom hat nur Nullstellen mit negativem Realteil.

Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm mit der Menge der Hurwitz-Polynome, H, und der Menge der Polynome mit Koeffizienten gleichen Vorzeichens, V.

Kurzlösung: $H \subset V$