

MILLIKAN-Versuch (MV)

Betreuer: DIPL.-PHYS. S. SOCHER*
Raum: PHY D 210
Beginn: 8:00 Uhr

1 Ziel und Aufgabenstellung

Mit Hilfe des von MILLIKAN durchgeführten Experiments soll man sich davon überzeugen, dass elektrische Ladungen stets als ganzzahlige Vielfache einer Elementarladung e auftreten. Die Größe dieser Elementarladung ist zu bestimmen.

2 Vorbereitung

- Welche Kräfte werden durch elektrische und magnetische Felder auf Ladungen ausgeübt?
- Wovon hängt die elektrische Feldstärke im luftgefüllten Plattenkondensator ab?
- Unter welchen Bedingungen gilt für die Reibungskraft eines in einem Gas bewegten Körpers das Gesetz von STOKES?
- Wie hängt die Zähigkeit eines Gases qualitativ von Druck und Temperatur ab?
- Welche Kräfte wirken auf ein geladenes Tröpfchen im feldfreien, luftgefüllten Kondensator bzw. im luftgefüllten Kondensator mit vertikal gerichtetem homogenen elektrischen Feld?
- Wie lauten in diesen Fällen die Bewegungsgleichungen und deren Lösungen (Ansatz: $z(t) = c_1 + c_2 e^{-\alpha t} + c_3(t)$)? Wann schwebt das Tröpfchen?
- Gibt es andere Möglichkeiten die Elementarladung zu bestimmen?
- Was versteht man unter der „mittleren freien Weglänge“? Wie groß ist sie für Luft unter Normalbedingungen (Größenordnung)?
- Berechnen Sie mit dem GAUSSschen Fehlerfortpflanzungsgesetz die Standardabweichung der Funktion $Z = (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})/\sqrt{x}$ bei bekannten Standardabweichungen $s_{\bar{x}}$ und $s_{\bar{y}}$!

*Raum: PHY C 209, Telefon: 0351-463-34343, E-Mail: sebastian.socher@physik.tu-dresden.de

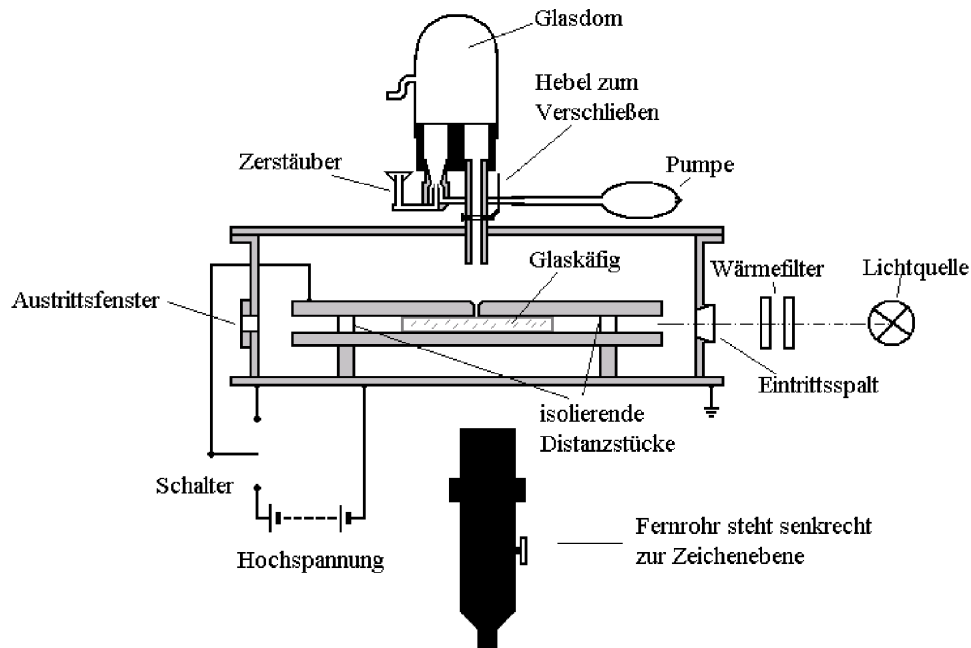


Abbildung 1: Versuchsanordnung

Literatur

- [1] SCHPOLSKI, E. W.: *Atomphysik – Teil I*. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1973).
- [2] WALCHER, W: *Praktikum der Physik*. Teubner, Stuttgart (1994).
- [3] MILLIKAN, R. A.: The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of Stokes's law. *Physical Review* **32**(4), S. 349–397 (1911).
- [4] MILLIKAN, R. A.: *The electron*. University of Chicago Press, Chicago (1963).

3 Experimente

Der nach R. A. MILLIKAN (1868–1953) benannte Versuch wurde bereits früher von anderen Wissenschaftlern mit geringerem Aufwand und Erfolg durchgeführt (siehe [3]). Die wesentliche Änderung die MILLIKAN in diesen Versuch einbrachte war, dass er statt Wasser oder Alkohol als die zwischen die Platten einzubringende Substanz Öl verwendete. Desweiteren ließ er die Teilchen auf einem neuen Weg zwischen die Platten gelangen.

Folgende Geräte gehören zur Versuchsanordnung:
 A handelsüblicher Zerstäuber (atomizer)
 B Stromversorgungsgerät
 C staubfreie Kammer (chamber)
 M, N .. Platten eines horizontalen mit Luft gefüllten
 Kondensators
 S Schalter (switch)

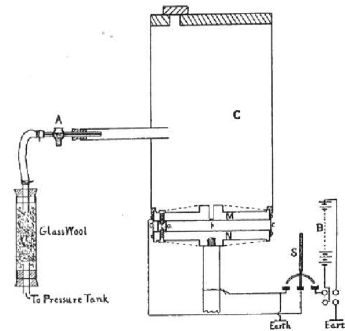


Abbildung 2: Versuchsanordnung von MILLIKAN

Für die Experimente steht die in Abbildung 1 skizzierte Anordnung zur Verfügung. Die von MILLIKAN verwendete Anordnung ist in Abbildung 2 zu sehen. Die nun folgende praktische Experimentieranleitung sollte gründlich durchgelesen werden. Die Bezeichnungen der einzelnen Geräteteile entsprechen der Abbildung 1.

Nachdem in ein Reservoir, das mit dem Zerstäuber verbunden ist, Öl eingefüllt worden ist, wird mittels einer Pumpe das Öl durch den Zerstäuber befördert. Bei der Zerstäubung in kleine Tröpfchen werden diese geladen. Es ist festzustellen, welche Ladungsarten auftreten und ob es vielleicht auch Teilchen gibt die keine Ladung aufweisen (Notieren Sie Ihre Beobachtungen!).

Durch den Zerstäuber wird eine feine Wolke von Öltröpfchen in den Glasdom geblasen. Ist der Hebel zum Verschließen/Öffnen des Röhrchens zum Glasdom geöffnet, kann ein einzelnes oder auch mehrere Öltröpfchen in den staubfreien Behälter, in dem sich die Platten des Kondensators befinden, gelangen. An der oberen Platte ist ein kleines Loch, durch welches die Öltröpfchen in den Raum zwischen den Platten gelangen können. Nachdem man ein oder zwei Mal die Pumpe bei geöffnetem Hebel betätigt hat, soll man diesen schließen, damit nicht weitere Öltröpfchen in den Behälter gelangen können. **Dabei muß unbedingt darauf geachtet werden, dass beim Einsprühen der Teilchen der Plattenkondensator nicht geladen ist.**

Jetzt kann man die Öltröpfchen durch das Fernrohr beobachten. Sie werden mit Hilfe einer Dunkelfeldbeleuchtung sichtbar gemacht. Zur Beleuchtungseinrichtung gehört ein Wärmefilter. Damit wird der Einfluss der Wärmestrahlung auf die Bewegung der Teilchen (Durchmesser etwa 10^{-6} m) abgeschwächt. Zur Regulierung des einfallenden Lichtes wird eine an der Lampe befindliche Blende verwendet. Während der Messung sollte das Licht so weit abgeschwächt werden, dass man das Teilchen gerade noch gut erkennen kann (optimale Lichtstärke). Die Öltröpfchen erscheinen als helle Lichtpunkte auf schwarzem oder dunklem Hintergrund oder, wie es MILLIKAN in [3] formuliert: „*The appearance of this drop is that of a brilliant star on a black background* ...“

Verwendet man eine Videokamera zur Beobachtung der Tröpfchen, so muß diese sorgfältig am Fernrohrokular justiert werden, damit auf dem Monitor ein kontrastrei-

ches Bild entsteht. Die Strichmarken in der Zwischenbildebene sind dann gut erkennbar und die Bewegung der Teilchen kann sehr gut verfolgt werden. Die Auswahl der Beobachtungsmethode – ob mit dem Auge direkt oder mit der Kamera – sollte aus Zeitgründen vor dem Versuch getroffen werden.

Die Öltröpfchen bewegen sich nun aufgrund des Schwerfeldes der Erde von der oberen Platte zur unteren, sofern keine weiteren Kräfte wirken. Die Platten haben einen Abstand von etwa einem Zentimeter. Die Zeit, welche ein Tröpfchen für die markierte Wegstrecke im Schwerfeld benötigt, wird als Fallzeit bezeichnet. Damit eine geradlinige Bewegung zustande kommt, befindet sich zwischen den Kondensatorplatten ein Glaskäfig. Dieser Glaskäfig schützt die Teilchen vor ungewollten Luftströmungen.

Durch das Okular betrachtet man ein Sichtfeld von etwa 2 mm Durchmesser, d. h. man erfasst nur einen Teil des Raumes zwischen den Kondensatorplatten. Vor Beginn der Messungen sind die Strichmarken durch Drehen des Okulars parallel zu den Kondensatorplatten, d. h. senkrecht zur Bewegungsrichtung der Tröpfchen auszurichten. Bei der Zeitmessung ist die Strichstärke der Marken (0,02 mm), welche die Wegstrecke begrenzen, unbedingt zu beachten.

Als nächstes sollte man prüfen, ob das Teilchen für die Messungen überhaupt geeignet ist, denn sollte es Teilchen geben, die keine Ladung aufweisen, werden sie sich bei Anlegen eines elektrischen Feldes unbeeinflusst weiterbewegen und stehen damit zur weiteren Messung nicht zur Verfügung.

Schaltet man für Tröpfchen mit solchen Ladungen ein elektrisches Feld angemessener Stärke hinzu, kann man die Bewegungsrichtung dieses Teilchens ändern. Das Wort „angemessen“ steht hier für eine entsprechende Größe des elektrischen Feldes. Da es sich um einen Plattenkondensator handelt, heißt dies nichts anderes, als dass eine entsprechend hohe Spannung angelegt werden muss, damit das Tröpfchen seine Bewegungsrichtung ändern kann. Was würde, wenn es sie überhaupt gibt, mit positiven Ladungen geschehen? Hat sich die Bewegungsrichtung eines Teilchens umgekehrt, so kann man nun dessen Geschwindigkeit in den kombinierten Feldern – elektrisches und gravitatives – messen.

Diese Messungen wiederholt man nun oft genug (für jedes Teilchen etwa eine halbe Stunde einplanen). Dies ergibt für 10 Teilchen eine reine Messzeit von etwa fünf Stunden.

Die Zeit, die der negativ geladene Öltropfen für das Durchqueren der Strichmarkierungen bei angelegtem elektrischen Feld benötigt, wird als Steigzeit bezeichnet, denn das Tröpfchen bewegt sich von der unteren Platte zur oberen entgegen der Schwerkraft.

Sehr genau sollte man auf die Geschwindigkeit bei angelegtem elektrischen Feld schauen, denn bei gleicher angelegter Spannung kann sich durchaus eine Veränderung dieser Steiggeschwindigkeit und damit verbunden der Steigzeit einstellen. Das passiert genau dann, wenn sich das Teilchen umlädt. Dabei kann das Tröpfchen Ladungen (Ionen) aus der Luft aufnehmen oder an sie abgeben. Dies zeichnet sich durch eine merkliche Veränderung der Steigzeit aus. Sie sollten sich darüber Gedanken machen, was eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Steigzeit für ein negativ geladenes Öltröpfchen für Konsequenzen bzgl. der Ladungsmenge, die sich auf diesem Tröpfchen befindet, hat.

Wenn Ladungen nur gequantelt auftreten, also eine Elementarladung existiert,

muss dies auch für eine Umladung gelten. Deshalb kann die abgegebene oder aufgenommene Ladungsmenge ebenfalls nur ein Vielfaches einer Elementarladung sein. Daher hat man neben den Ladungsmengen, die man über die Steig- und Fallzeiten bestimmen kann, noch weitere Vielfache der Elementarladung anhand der Differenzladung bei möglichen spontanen Umladungen. Dies sollte man auf jeden Fall berücksichtigen, da sich dadurch die Anzahl der zu bestimmenden Ladungen um ein Vielfaches vergrößern kann. Zu den Umladungen sei noch erwähnt, dass sie keinen vorhersagbaren Gesetzen gehorchen. Es kann sein, dass sich die Ladungsmenge auf einem Tröpfchen während einer Zeit von einer dreiviertel Stunde nicht ändert, sie kann sich aber auch binnen Sekunden mehrmals ändern. Während einer halben Stunde sind durchaus bis zu 5 Umladungen beobachtet worden. Während MILLIKAN bei seinen Versuchen Umladungen bewußt durch RÖNTGENstrahlung hervorrief, wird dieses Verfahren hier im Praktikum nicht angewendet.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Elementarladung ist die Schwebespannungsmethode, die aber aus Gründen der BROWNSchen Bewegung eine gewisse Schwierigkeit mit sich bringt. Hierbei wird das elektrische Feld so eingestellt, dass sich das Teilchen zwischen den Platten nicht mehr bewegt, sondern zum Schweben gebracht wird. Misst man diese sogenannte Schwebespannung, sowie die Fallzeit im Schwerfeld, ist ebenfalls die Bestimmung der Ladungsmenge die sich auf dem Öltröpfchen befindet möglich.

Im nächsten Teil der Anleitung werden die benötigten Formeln bereitgestellt. Dazu betrachten wir sämtliche auftretende Kräfte im Schwerfeld und im kombinierten Feld (Schwerfeld + elektrisches Feld):

Schwerfeld: Gewichtskraft des Öltröpfchens, Auftriebskraft durch Verdrängung der Luft, Reibungskraft (nach STOKES; proportional zur Geschwindigkeit)

elektrisches und gravitatives Feld: Gewichtskraft des Öltröpfchens, Auftriebskraft durch Verdrängung der Luft, Reibungskraft (nach STOKES; proportional zur Geschwindigkeit), Kraft durch elektrisches Feld

In Tabelle 1 werden die physikalischen Größen mit Formelzeichen benannt.

Nach dem Aufstellen der Gleichungen und dem Auflösen nach der Ladung Q (hier e_n) erhält man folgende Gleichung zur Bestimmung der Gesamtladung auf einem Öltröpfchen:

$$e'_n = \frac{18 \pi \eta d s}{U} \sqrt{\frac{\eta s}{2 g (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}) t_F}} \left(\frac{1}{t_F} + \frac{1}{t_S} \right) \quad (1)$$

Hierbei müssen nur die Mittelwerte der Zeitmessungen und die gegebenen Werte, die Sie der Platzanleitung entnehmen, eingesetzt werden.

Da die verwendeten Öltröpfchen ($r \approx 10^{-6}$ m) gegenüber der mittleren freien Weglänge l der Luftmoleküle ($l \approx 10^{-7}$ m) nicht groß sind, muss die STOKESSche Reibungskraft korrigiert werden. Die Korrektur wurde von CUNNINGHAM hergeleitet (siehe [3, 4]). Für die Gesamtladung ergibt sich daher:

$$e_n = e'_n \left(1 + \frac{K l}{r} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

Tabelle 1: Verwendete Formelzeichen

Zeichen	Physikalische Größe	Wertangabe (gegebenenfalls)
e'_n	Ladung Öltröpfchen ohne Korrektur	zu bestimmen
e_n	Ladung Öltröpfchen mit Korrektur	zu bestimmen
η	dynamische Viskosität Luft	abhängig von Temperatur (siehe Platzanweisung)
d	Plattenabstand	$(16,01 \pm 0,01)$ mm
s	Abstand Strichmarkierungen	$(9,76 \pm 0,04)$ mm
U	Spannung	einstellbar im Bereich 0–10000 V
g	Erdbeschleunigung	$9,80665$ m s ⁻²
$\rho_{\text{Öl}}$	Dichte Öl (Lüvakol)	temperaturabhängig, Diagramm am Platz
ρ_L	Dichte Luft	abhängig von Druck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit
t_F	Fallzeit	zu messen
t_S	Steigzeit	zu messen
K	Konstante	$\approx 0,86$
l	mittlere freie Weglänge Luftmoleküle	abhängig von Temperatur und Druck
B	Konstante	$(6,25 + 0,027 \cdot (T - 23^\circ\text{C}) \text{K}^{-1}) \cdot 10^{-5}$ Torr m
r	Tröpfchenradius	zu bestimmen
r_u	Näherungswert Tröpfchenradius	zu bestimmen
p	Luftdruck	zu messen in Raum D 313

Da die mittlere freie Weglänge indirekt proportional zum Luftdruck ist, verwendete MILLIKAN anstelle von l den Luftdruck p und fügte eine Konstante B ein, die die Konstante K und die Konstante, die beim Ersetzen von l durch p ($l \sim 1/p$) entsteht, zusammenfasst. Daher ergibt sich für die Gesamtladung:

$$e_n = \frac{18\pi\eta ds}{U} \sqrt{\frac{\eta s}{2g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_L)t_F}} \left(\frac{1}{t_F} + \frac{1}{t_S}\right) \left(1 + \frac{B}{pr}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (3)$$

Der Radius kann aus der quadratischen Gleichung

$$r^2 \left(1 + \frac{B}{pr}\right) = \frac{9\eta s}{2g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_L)t_F} = r_u^2 \quad (4)$$

bestimmt werden. Diese Gleichung ergibt sich bei der Kräfteaufstellung beim Fallen im Schwerfeld. Mit diesen Formeln ist man jedoch bislang nur in der Lage eine Gesamtladung zu bestimmen.

Die einfachste Möglichkeit die Elementarladung zu bestimmen ist sicherlich die, den größten gemeinsamen Teiler aller beobachteten Ladungsmengen zu bestimmen. Eine andere Möglichkeit besteht in einer etwas komplizierteren Auswertung, wie sie MILLIKAN durchgeführt hat. Dies bedarf aber einer großen Anzahl von Umladungen eines Öltröpfchens. MILLIKAN bestimmte aus der Differenz der Steiggeschwindigkeiten vor und nach einer Umladung für ein Öltröpfchen (bei sehr vielen Umladungen) und aus der Summe $v_F + v_S$ den größten gemeinsamen Teiler. Diesen Teiler setzte er für den Ausdruck $v_F + v_S$ in Gleichung (1) ein (der Ausdruck der Geschwindigkeiten ergibt sich, indem man die Größe s nicht ausklammert, sondern zu den Zeiten in die Klammer zieht). Damit erhielt er für die verschiedenen Tröpfchen verschiedene Elementarladungen, die allerdings noch die Abhängigkeit vom Radius zeigten. Nach der Korrektur (siehe (2)) konnte er die Elementarladung bestimmen, indem er aus allen einzelnen Messwerten den Mittelwert bildete.

4 Fragen zum Experiment

- Durch welche Vorgänge können die Öltröpfchen geladen oder umgeladen werden?
- Welche Vorteile bieten Öltröpfchen gegenüber Wassertröpfchen?
- Die Messergebnisse einer Studentengruppe sind

$$\begin{aligned} Q_1 &= (41,30 \pm 0,83) \cdot 10^{-19} & Q_2 &= (11,07 \pm 0,22) \cdot 10^{-19} \\ Q_3 &= (26,96 \pm 0,54) \cdot 10^{-19} & Q_4 &= (22,05 \pm 0,44) \cdot 10^{-19} \\ Q_5 &= (34,71 \pm 0,69) \cdot 10^{-19} \end{aligned}$$

Die angegebenen Vertrauensgrenzen für eine statistische Sicherheit von 99 % ergaben sich aus den zufälligen Fehlern der Steig- und Fallzeiten (Ergebnisse sind noch nicht sinnvoll gerundet!). Überzeugen Sie sich davon, daß u. a. folgende Ladungen als „Elementarladung“ in Frage kommen:

$$e^*/10^{-19} \text{ A s} = 2,208; 1,820; 1,582; 1,398; 1,238$$

- Woran liegt es, dass dieses Experiment keine eindeutige Bestätigung für eine Elementarladung liefert?
- Zeigen Sie, dass bei der verwendeten Versuchsanordnung ($s = 1,2 \text{ mm}$, $U/d = 1,5 \cdot 10^5 \text{ V m}^{-1}$, $\eta = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$, $\rho_{\text{Öl}} = 880 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_{\text{L}} = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$) $Q < 9e$ gilt, wenn die als gleich angenommenen Steig- und Fallzeiten über 10 s liegen ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
- Der Tröpfchenradius liegt in der Größenordnung 10^{-6} m . Können Sie aus dem Mikroskopbild noch Schlüsse über Teilchenform oder Teilchengröße ziehen?
- Warum muss beim Einsprühen von Öltröpfchen der Kondensator spannungslos sein?
- Wie kann man erreichen, dass die Ladungsänderung eines im Kondensator befindlichen Öltröpfchens wahrscheinlicher wird? Wie erkennt man eine Ladungsänderung bei den Messungen?
- Voraussetzung für (3) ist, dass die Tröpfchen bei Messbeginn ihre konstanten Endgeschwindigkeiten erreicht haben. Welche Zeit muß nach Wechsel der Bewegungsrichtung verstreichen, bis sich die zeitabhängige Fallgeschwindigkeit $v_F(t)$ ihrem Endwert $v_F = 0,1 \text{ mm s}^{-1}$ bis auf 1 % Abweichung genähert hat? Die Lösung der Bewegungsgleichung ergibt:

$$v_F(t) = v_F \left(1 - e^{-\frac{g(1-\rho_{\text{L}}/\rho_{\text{Öl}})t}{v_F}} \right)$$

- Die Messung der Fallzeit des Tröpfchens (ohne elektrisches Feld) dient dazu, indirekt sein Gewicht (abzüglich Auftrieb) zu bestimmen. Könnte man die Öltröpfchen mit einer relativen Meßunsicherheit von 10^{-3} auch mit einer mechanischen Waage wägen ($r = 10^{-6} \text{ m}$, $\rho_{\text{Öl}} = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$)?