

Fortgeschrittenenpraktikum

Elektrische Leitfähigkeit und HALL-Effekt

F. BÖRRNERT

WS 2008/2009

*Professur für Halbleiterphysik
Institut für Angewandte Physik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden*

Raum: PHY C 313
Beginn: 09:00 Uhr
Betreuer: M. ALLARDT (Büro PHY C 202, Apparat 3 24 59)
E-Mail: matthias.allardt@physik.tu-dresden.de

1 Zielsetzung

Untersuchung der elektrischen Eigenschaften eines Halbleiters durch Messung der Temperaturabhängigkeit der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit und des HALL-Koeffizienten im Bereich von 77–400 K.

Bestimmung der spezifischen Halbleiter-Kenngrößen Weite der Bandlücke, Leitungstyp, Ladungsträgerkonzentration und Beweglichkeit der Ladungsträger.

2 Theoretischer Hintergrund

Halbleiter unterscheiden sich von Metallen durch eine signifikante Größe eines Energiebereichs zwischen dem Energieband der Valenzelektronen und dem der freibeweglichen Elektronen im Festkörper, der sogenannten »Bandlücke«.

2.1 Ladungstransportmechanismen

Die Funktion elektronischer Bauteile basiert im Wesentlichen auf Ladungstransport. Ladungstransport in einem Halbleiter geschieht über bewegte Ladungsträger. Durch äußere Einflüsse wird der thermischen Bewegung eine Vorzugsrichtung überlagert. Drei Mechanismen können die gerichtete Bewegung von Ladungsträgern verursachen: elektrische Felder, Magnetfelder und Gradienten in der Ladungsträgerkonzentration, sogenannte »Diffusionsfelder«. Konzentrationsgradienten der Ladungsträger können z. B. durch Temperaturgradienten, Teilchenströme oder lokale Trägererzeugung durch Licht oder Injektion hervorgerufen werden.

Die genannten äußeren Einflüsse führen einen Nichtgleichgewichtszustand herbei. Die Ladungsträger werden beschleunigt, und erfahren nach einer mittleren freien Weglänge einen Zusammenstoß mit einem Phonon, einer ionisierten Störstelle oder einem anderen Ladungsträger und werden gestreut. Es stellt sich ein Gleichgewicht zwischen Beschleunigung und Streuung ein, die Ladungsträger bewegen sich mit einer daraus resultierenden Driftgeschwindigkeit.

Im allgemeinen betrachtet man zwei Ladungsträger in Halbleitern: Elektronen und sogenannte »Löcher«. Der Betrag der Ladung ist auf beiden Trägern gleich der Elementarladung, die Ladungen unterscheiden sich nur durch ihr Vorzeichen. Löcher sind abstrahiert aus freien Zuständen in einem ansonsten voll mit Elektronen besetzten Valenzband und somit positiv geladen.

Die elektrische Leitfähigkeit ist abhängig von der Ladung q und der Dichte ρ der Ladungsträger sowie ihrer Beweglichkeit μ : $\sigma = q\rho\mu$. Man unterscheidet drei Leitungscharakteristiken in Halbleitern. Der intrinsische Halbleiter besitzt eine FERMI-Energie E_F innerhalb der Bandlücke mit dem Betrag E_g . Ladungsträger werden generiert, indem ein Elektron das Valenzband in Richtung Leitungsband verläßt und ein Loch hinterläßt. Die Energie für diesen Prozeß wird zumeist dem thermischen Pool entnommen, deswegen ist die intrinsische Ladungsträgerdichte stark temperaturabhängig. Der unendlichen Erzeugung von Ladungsträgern steuert der inverse Prozeß, die Rekombination, entgegen. Da immer ein Elektron und ein Loch generiert werden

oder rekombinieren, ist die Konzentration der Elektronen n immer gleich der der Löcher p . In der MAXWELL-BOLTZMANN-Näherung, welche für nichtentartete Halbleiter ($E_F - E_v > 3kT$ bzw. $E_c - E_F > 3kT$, mit E_v und E_c den Energien der jeweiligen Extrema der Kanten von Valenz- und Leitungsband, k – BOLTZMANN-Konstante, T – Temperatur), gilt für die intrinsische Ladungsträgerkonzentration

$$n_i = \sqrt{N_v N_c} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}},$$

wobei N_v und N_c die effektiven Zustandsdichten der jeweiligen Bänder darstellen.

Die der intrinsischen Leitung (Eigenleitung) entgegengesetzten Leitungscharakteristiken sind die n -Typ- oder p -Typ-Leitung. Bei beiden Typen existieren Majoritätsladungsträger, welche zumeist aus ionisierten Störstellen stammen. Im Fall der n -Typ-Leitung sind dies Elektronen, im anderen Fall Löcher. Bei tiefen Temperaturen verhält sich die Elektronenkonzentration bei einem n -Typ Halbleiter mit Störstellen mit einem Energieniveau E_d und einer Konzentration N_d wie

$$n = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2kT}\right) \propto T^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_d - E_c}{2kT}},$$

so lange, wie es noch nicht ionisierte Störstellen gibt. Diesen Bereich nennt man Reservebereich. Sind die Störstellen bei höheren Temperaturen erschöpft, gilt $n = N_d$ (Erschöpfungsbereich). Steigt die Temperatur weiter, so gelangt man in den Eigenleitungsbereich, in welchem die Ladungsträgerkonzentration die Charakteristik der Eigenleitung annimmt.

Auch die Beweglichkeit der Ladungsträger ist temperaturabhängig. Bei kleinen elektrischen Feldern gilt

$$\begin{aligned} \mu &\propto T^{-\frac{3}{2}} && \text{für thermische Streuung,} \\ \mu &\propto T^{\frac{3}{2}} && \text{für Streuung an ionisierten Störstellen,} \\ \mu &\propto T^{-\frac{1}{2}} && \text{für Streuung an Versetzungen.} \end{aligned}$$

Die Streuung an ionisierten Störstellen ist nur bei tiefen Temperaturen relevant, die thermische Streuung ist der ansonsten bestimmende Faktor.

2.2 Galvanomagnetische Effekte

Als galvanomagnetische Effekte bezeichnet man jene Transportvorgänge, bei denen neben örtlichen Gradienten aller Potentiale noch ein Magnetfeld auf ein Medium wirkt. Zu den galvanomagnetischen Effekten gehören der HALL-Effekt [1] und der Magnetowiderstand. Beide Effekte treten sowohl transversal als auch longitudinal auf, Longitudinalkomponenten werden an dieser Stelle nicht behandelt. Ebenso nicht behandelt werden adiabatische galvanomagnetische Effekte, es wird sich auf isotherme beschränkt.

Der HALL-Effekt wird durch die LORENTZ-Kraft $\mathbf{F}_L = q(\bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{B})$ verursacht, wobei $\bar{\mathbf{v}}$ die mittlere Geschwindigkeit der Ladungsträger und \mathbf{B} das Magnetfeld bezeichnen. Auf die Ladungsträger wirkt außer der LORENTZ-Kraft noch die Kraft des elektrischen

Feldes $\mathbf{F}_f = q\mathbf{E}$ mit dem elektrischen Feld \mathbf{E} . Aus der Summe beider Kräfte erhält man die elektrische Stromdichte

$$\mathbf{j} = \frac{\sigma}{q}\mathbf{F} = \sigma(\mathbf{E} + \bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}) . \quad (1)$$

Im folgenden werden n -Typ-Halbleiter betrachtet, deren Majoritätsladungsträger Elektronen sind, welche eine negative Elementarladung e tragen. Die Driftstromdichte der Elektronen $\mathbf{j}_n = -en\mathbf{v}_n = \sigma_n\mathbf{E}$ hängt neben der Elektronenkonzentration n von der Driftgeschwindigkeit \mathbf{v}_n ab, welche sich durch einen Faktor α von der mittleren Geschwindigkeit der freien Elektronen unterscheidet, welcher Einflüsse der Geschwindigkeitsverteilung, Kristallanisotropie, *etc.* enthält: $\bar{\mathbf{v}}_n = \alpha\mathbf{v}_n$. Damit und mit $\mathbf{v}_n = \mu_n\mathbf{E}$, wobei μ_n Beweglichkeit der Elektronen ist, kann man Gl. (1) für den elektronischen Leitungstyp schreiben als

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \left[\mathbf{E} + \left(\frac{\mu_n\alpha}{\sigma_n} \mathbf{j}_n \times \mathbf{B} \right) \right] . \quad (2)$$

Durch die Einwirkung eines Magnetfeldes, welches *senkrecht zum primären elektrischen Feld* $\mathbf{E}_{\text{pr.}}$ orientiert ist, entsteht eine Komponente des elektrischen Feldes senkrecht zu $\mathbf{E}_{\text{pr.}}$ und senkrecht zu \mathbf{B} , das HALL-Feld \mathbf{E}_H . Die Richtung des resultierenden elektrischen Feldes \mathbf{E} weicht also von der von \mathbf{j}_n um den sogenannten HALL-Winkel Θ ab. Dieser Winkel wird durch Vektormultiplikation von Gl. (2) mit \mathbf{E} ermittelt:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \times \mathbf{j}_n &= \sigma_n \left[\underbrace{\mathbf{E} \times \mathbf{E}}_0 + \frac{\mu_n\alpha}{\sigma_n} \mathbf{E} \times (\mathbf{j}_n \times \mathbf{B}) \right] \\ &= \mu_n\alpha [\mathbf{j}_n (\mathbf{E}\mathbf{B}) - \mathbf{B} (\mathbf{E}\mathbf{j}_n)] . \end{aligned} \quad (3)$$

Mit $|\mathbf{j}_n \times \mathbf{E}| = j_n E \sin \Theta_n$ und $\mathbf{E}\mathbf{j}_n = j_n E \cos \Theta_n$ und da \mathbf{B} senkrecht auf den elektrischen Feldern steht, bekommt man für den HALL-Winkel

$$\tan \Theta_n = \frac{E_H}{E_{\text{pr.}}} = -\mu_n\alpha B . \quad (4a)$$

Eine äquivalente Betrachtung für positive Majoritätsladungsträger resultiert in

$$\tan \Theta_p = \mu_p\alpha B . \quad (4b)$$

Bei kleinen Magnetfeldern gilt der lineare Zusammenhang $E_H = R_H j B$, die Proportionalitätskonstante R_H wird HALL-Koeffizient genannt. Mit Gl. (4) und

$$\frac{E_H}{E_{\text{pr.}}} = \frac{R_H j_{\text{pr.}} B}{\frac{j_{\text{pr.}}}{\sigma}}$$

ergibt sich der HALL-Koeffizient zu

$$R_{Hn} = -\frac{\mu_n\alpha}{\sigma_n} = -\frac{\alpha}{en} \quad (5a)$$

$$R_{Hp} = \frac{\mu_p\alpha}{\sigma_p} = \frac{\alpha}{ep} . \quad (5b)$$

Allgemein erhält man für nichtentartete Halbleiter

$$R_H = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \frac{\alpha}{e}. \quad (5c)$$

Theoretische Betrachtungen liefern abhängig von der Art der Streuprozesse im Material verschiedene Werte für den Faktor α :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{8} \pi \approx 1,18 && \text{für thermische Streuung (Streuung an Phononen),} \\ \alpha &= 1 && \text{für Metalle oder entartete Halbleiter,} \\ \alpha &= \frac{315}{512} \pi \approx 1,93 && \text{für Streuung an ionisierten Störstellen.} \end{aligned}$$

Weil der resultierende Faktor unbekannt ist und außerdem magnetfeldabhängig (bei hohen Feldern gilt $\alpha \rightarrow 1$), wird er an dieser Stelle gleich Eins gesetzt. Der hiermit eingeführte Fehler ist meist kleiner als 30 %.

Das für die beiden Leitungsmechanismen verschiedene Vorzeichen bewirkt eine Ablenkung der Elektronen und der Löcher in die gleiche Richtung. Unter der Annahme eines intrinsischen Halbleiters ($n = p$), welcher idealerweise $\mu_n = \mu_p$ aufweist (das ist i. a. nicht der Fall), flösse ein ambipolarer Strom, d. h. das HALL-Feld wäre gleich Null. Bei einem realen begrenzten Halbleiter werden die Begrenzungsflächen aufgeladen, es entsteht eine Raumladung, welche das HALL-Feld kompensiert und Ladungstransport unterbindet. Nichtsdestoweniger findet ein Energietransport statt, weil die Ladungsträger generationsseitig Anregungsenergie aufnehmen, welche auf der gegenüberliegenden Seite durch Rekombination abgegeben wird. Im adiabatischen Fall entstünde ein Temperaturgradient (ETTINGHAUSEN-Effekt).

Der Temperaturgang des HALL-Koeffizienten ist bei Annahme von $\mu_n > \mu_p$ (das ist zumeist der Fall) für n -Leitung reziprok zum Temperaturgang der Leitfähigkeit. Für ansteigende Temperatur verhält sich der p -Typ-Halbleiter beim Übergang vom Erschöpfungsgebiet zum Eigenleitungsgebiet anders. Aufgrund der ansteigenden relativen Konzentration der Elektronen mit höherer Mobilität kommt es zunächst zu einer Nullstelle von R_H mit Vorzeichenwechsel. Bei $\frac{p}{n} = \frac{\mu_n}{\mu_p}$ besitzt R_H ein Extremum und schmiegt sich dann der Eigenleitungscharakteristik an.

2.3 Leitfähigkeits- und HALL-Effekt-Messung

Die Messung der Leitfähigkeit und des HALL-Koeffizienten birgt Informationen über die Konzentration und Beweglichkeit der Ladungsträger und den Typ der Leitungscharakteristik. Es wird die Kontaktanordnung nach VAN DER PAUW [2] für beliebig geformte Proben verwendet. Hierfür müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: die Kontakte befinden sich am Rand der Probe, sie sind punktförmig, die Probe besitzt eine homogene Dicke und ihre Oberfläche ist einfach zusammenhängend. Bei Annahme einer lateral beliebig geformten Probe mit reihum durchnummerierten Kontakten, welche obige Bedingungen erfüllen, wird ein Widerstand $U_{34} = R_{12,34} I_{12}$ definiert, mit der Spannung U_{34} zwischen den Kontakten Nr. 3 und 4, sowie dem Strom I_{12} zwischen

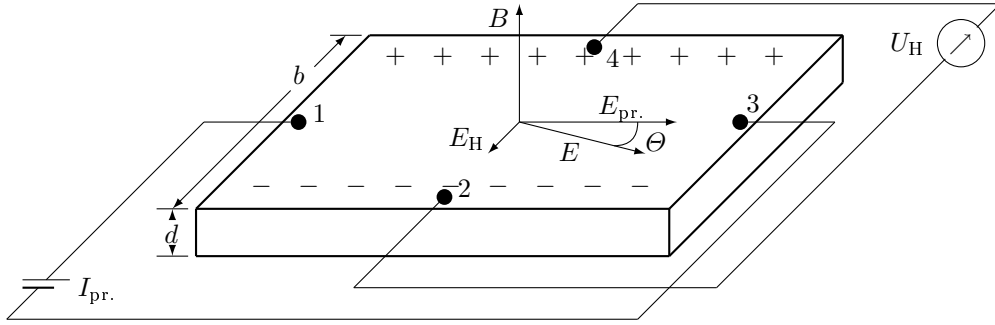


Abbildung 1 Skizze einer symmetrischen n -leitenden Probe mit vier Kontakten nach VAN DER PAUW für HALL-Effekt-Messungen.

den Kontakten Nr. 1 und 2. Auf die gleiche Weise ist der Widerstand $R_{23,41}$ definiert. Man erhält für die Leitfähigkeit

$$\sigma = \frac{\ln 2}{\pi d} \frac{2}{F(R_{12,34} + R_{23,41})}. \quad (6)$$

F ist ein Faktor, der aus einer Funktion bestimmt wird, welche ausschließlich von dem Verhältnis der beiden Widerstände abhängt. Bei einer symmetrischen Probe (siehe Abb. 1) vereinfacht sich Gl. (6) zu

$$\sigma = \frac{\ln 2}{\pi d} \frac{I_{12}}{U_{34}}. \quad (7)$$

Das HALL-Feld wird mittels der HALL-Spannung

$$U_H = - \int_0^b dy E_H = -E_H b = R_H \frac{I_{pr.}}{d} B$$

gemessen, mit $I_{pr.} = b d j_{pr.}$. Mit der eingeführten Probensymmetrie und Kontaktnomenklatur erhält man den HALL-Koeffizienten in Abhängigkeit der HALL-Spannungsänderung beim Einschalten des Magnetfeldes:

$$R_H = \frac{d}{2B} \left(\frac{U_{13}}{I_{24}} \Big|_B - \frac{U_{13}}{I_{24}} \Big|_{-B} \right). \quad (8)$$

Reale Kontakte erfüllen zumeist nicht die Anforderungen, punktförmig zu sein. Ist das Verhältnis Kontaktdurchmesser zu Probenkantenlänge ungefähr ein Fünftel, so beträgt der dadurch induzierte Fehler von σ und R_H weniger als 5%.

3 Experiment

Die Dauer des Experimentes ist mit 8 h veranschlagt. Es wird empfohlen, die Messung parallel während des Versuches auszuwerten.

3.1 Aufgabenstellung

1. Machen Sie sich mit dem Meßaufbau vertraut.
2. Überprüfen Sie die Kontakte der Probe und die Verschaltung des Probenhalters.
3. Ermitteln Sie *manuell* die Temperatur im Probenraum.
4. Messen Sie an einem Halbleiter-Einkristall *manuell*
 - a) die elektrische Leitfähigkeit bei Raumtemperatur (RT) und
 - b) den HALL-Koeffizienten bei RT und konstantem Magnetfeld.
5. Messen Sie an einem Halbleiter-Einkristall *computergestützt*
 - a) die Temperaturabhängigkeit der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit im Bereich von 77–400 K und
 - b) die Temperaturabhängigkeit des HALL-Koeffizienten im Bereich von 77–400 K bei konstantem Magnetfeld.
6. Stellen Sie die Abhängigkeiten σ und R_H von T graphisch sinnvoll dar.
7. Weisen Sie den jeweiligen Leitungsmechanismus in den verschiedenen Temperaturbereichen aus, bestimmen Sie im Gebiet der Störstellenerschöpfung die Ladungsträgerkonzentration und ermitteln Sie die Beweglichkeit der Ladungsträger im Gebiet der Störstellenerschöpfung.

3.2 Hinweise

Anmerkungen zum Schaltbild Ein Kreuzungspunkt in den Schalteinheiten stellt einen im Ruhezustand offenen Schalter dar. Die 4×5 -Matrix und der 1–5-Multiplexer sind zweipolig ausgelegt. Die Verschaltung ist vorgegeben – Sie entscheiden lediglich programmgeführt, welche Knoten für Ihre Messungen geschlossen werden.

Temperaturmessung Die Temperatur am Ort der Probe wird mit einem Widerstandsthermometer Pt100 gemessen, welches in die Meßroutine eingebunden ist. Wählen Sie 1 mA Konstantstrom. Ermitteln Sie den Widerstand des Pt100 durch Spannungsmessung. Der Temperaturkoeffizient des Pt100 beträgt ungefähr $0,445 \Omega \text{ K}^{-1}$. Die exakte Temperaturfunktion ist im Rechner vorprogrammiert und lautet

$$R = R(0^\circ\text{C}) [1 + 3,9083 \cdot 10^{-3} T - 5,775 \cdot 10^{-7} T^2 - 4,183 \cdot 10^{-12} (T - 100) T^3]$$

mit $R(0^\circ\text{C}) = 100 \Omega$.

Messung der Leitfähigkeit Wählen Sie 1 mA Konstantstrom und erhöhen Sie die Spannungsbegrenzung auf 10 V. Messen Sie den Potentialabfall an geeigneten Kontakten. Ändern Sie die Stromrichtung. Vertauschen Sie sinnvoll die gewählten Anschlüsse und vergleichen Sie die erhaltenen Werte.

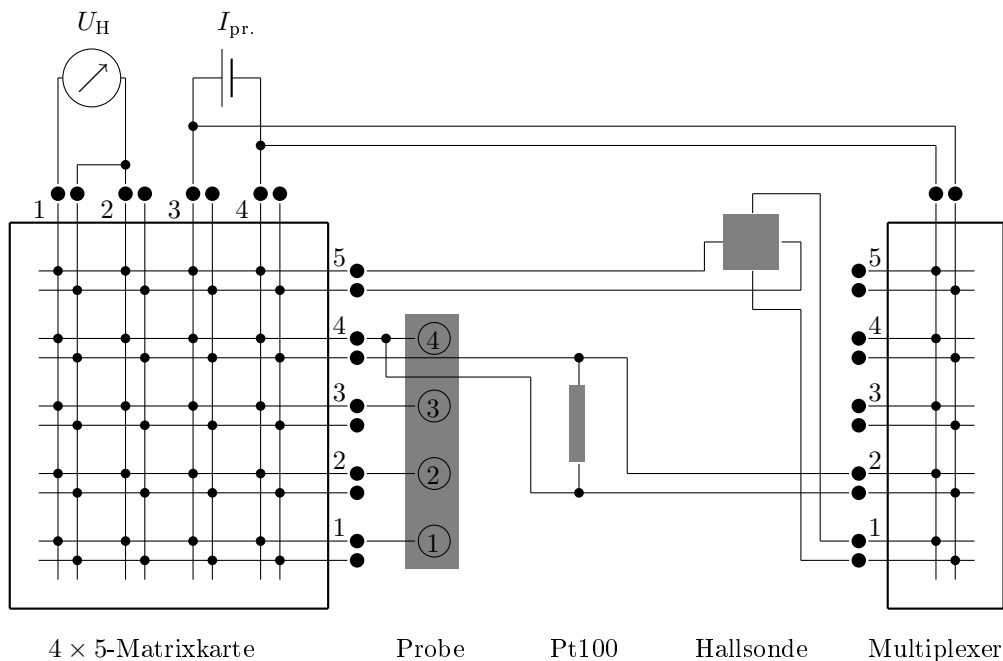


Abbildung 2 Schaltbild für die Verbindung einer Probe mit Stromquelle und Voltmeter über ein Schaltgerät mit Möglichkeit der rechnergestützten Messung.

HALL-Effekt-Messung Wählen Sie 1 mA Konstantstrom und erhöhen Sie die Spannungsbegrenzung auf 10 V. Messen Sie die HALL-Spannung an geeigneten Kontakten. Ändern Sie sowohl die Magnetfeldrichtung als auch die Stromrichtung. Vertauschen Sie sinnvoll die gewählten Anschlüsse und vergleichen Sie die erhaltenen Werte.

Literatur

- [1] E. H. HALL: On a New Action of the Magnet on Electric Currents. *American Journal of Mathematics* **2**(3), S. 287–292 (1879).
- [2] L. J. VAN DER PAUW: A method of measuring specific resistivity and Hall effect of discs of arbitrary shape. *Philips Research Reports* **13**(1), S. 1–9 (1958).
- [3] R. PAUL: *Halbleiterphysik*. Elektronische Festkörperbauelemente, VEB Verlag Technik, Berlin, 1. Aufl. (1974).
- [4] D. K. SCHRODER: *Semiconductor Material and Device Characterization*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 3. Aufl. (2006).