

Technische Universität Dresden Inst. f. Angewandte Physik u. Didaktik A G Magnetismus und Neutronenstreuung Prof. M. Loewenhaupt L. Jahn 10/2000	<b>Fortgeschrittenes</b> <b>Physikalisches</b> <b>Praktikum</b> Versuch: <b>VSM</b>
<b>Transversales Vibrationsmagnetometer</b> <b>Einachsige Kristall- und Form- Anisotropie, Hartmagnete</b>	

## Aufgabenstellung:

1. Kalibrierung der **magnetischen Feldstärke** im Luftspalt eines Eisenjoch-Magneten mit der Hall-Sonde.
2. Testen des VSM anhand der anisotropen Remanenz eines Dauermagneten.
3. **Kalibrierung** des VSM mit Nickel (Gerätekonstante).
4. **Formanisotropie** einer Nickel-Scheibe:
  - a. leichte Richtung ( $\vec{H} \parallel$  Scheibenebene) und b. schwere Richtung ( $\vec{H} \perp$  Scheibenebene).
5. **Kristallanisotropie** eines einachsigen Einkristalls:
  - Polarisationskurven  $J(H)$  a. in leichter ( $\vec{H} \parallel \vec{c}$ ) und b. in schwerer Richtung ( $\vec{H} \perp \vec{c}$ ).
  1. der Bestimmung der Sättigungspolarisation  $J_s$ ; 2. Bestimmung der Anisotropiekonstanten  $K_1$  unter Beachtung der Formanisotropie.
6. **Polykristalliner Hartmagnet**: Hystereseschleife im 1. und 2. Quadranten; Bestimmung von  $JH_c$ ;  $BH_c$ ;  $B(H_{int})$  aus  $J(H_{ext})$  sowie  $|B \cdot H|_{max}$ .
7. **Messung der thermischen Relaxation** der Polarisation für drei konstante Gegenfelder: a.  $H_{ext} \approx -0,7 |H_c|$ ; b.  $H_{ext} \approx -0,8 |H_c|$ ; c.  $H_{ext} \approx -0,9 |H_c|$ . Bestimmung der Nachwirkungskonstanten  $S$  und der Langzeitstabilität.

# 1 Klassische magnetische Messungen

## 1.1 Feldgleichungen

Für den im folgenden interessierenden quasistationären Fall werden magnetische Felder durch die Maxwell'schen Gleichungen beschrieben:

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = \Sigma I \quad ; \quad (1)$$

$$U_i = \oint \vec{E} d\vec{r} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A}^* \quad ; \quad (2)$$

$$\oint \vec{B} d\vec{A}^* = 0 \quad ; \quad (3)$$

$H = H_{int}$ ,  $B$  - magnetische Feldstärke und Induktion;  $U$ ,  $I$  - elektrische Spannung und Strom;  $A^*$  - Fläche ;  $d\vec{r}$  - gerichtetes Wegelement.

**Magnetische Messungen** haben das Ziel, anhand der **Materialgleichung**

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}_{int} = \mu_0\vec{H}_{int} + \vec{J} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\chi + 1)H_{int} \quad (4)$$

über  $m^* = JV$  als magnetisches Dipolmoment;  $V$  = Volumen;  $J$  = magnetische Polarisation ( $M$  = Magnetisierung) anhand von Polarisationskurven  $J(H_{int})$  (oft über  $J(H_{ext})$ ) und deren Steigungen die Materialparameter, z. B. Permeabilität  $\mu = \mu_r$  oder Suszeptibilität  $\chi$  sowie die Sättigungspolarisation  $J_s$  zu bestimmen.

Aus derartigen **über das Volumen gemittelten** Messungen lassen sich u. a. die Anisotropiekonstanten bestimmen.

Der Idealfall einer klassischen magnetischen Messung würde im **geschlossenen magnetischen Kreis** (z. B. Trafo) durchgeführt, bei dem sofort  $H_{int}$  über  $\frac{n}{l}$  gegeben ist und der gesamte Probenfluß die Meßwicklung durchsetzt (geeignet für Weichmagnete; dabei sind höhere Felder sowie in weiten Grenzen variable Temperaturen ausgeschlossen).

## 1.2 Magnetometer, offener Kreis

Für Messungen in hohen Gleichfeldern ( $\mu_0H > 1$  T) sowie bei variablen Temperaturen werden **Magnetometer** benutzt. Diese realisieren eine Messung im **offenen magnetischen Kreis**. Hier dient das magnetische Moment  $m^*$  einer polarisierten (möglichst Kugel-) Probe über deren Dipolfeld als Meßgröße. Im Idealfall ist einer polarisierten kugelförmigen Probe im Mittelpunkt exakt ein (Punkt-) Dipol zuzuordnen.

Nur ein Teil des Dipolfeldes der Probe, die von der Spulengeometrie abhängt, durchsetzt die Meßspule. Deshalb ist eine Kalibrierung notwendig.

Das äußere Feld  $H_{ext}$  polarisiert die Probe. An deren Oberfläche entstehen freie Pole. Diese bewirken zweierlei:

- a. Im **Außenraum der Probe das Dipolfeld** und damit das bereits o. a. Meßsignal,
- b. innerhalb der Probe das **entmagnetisierende Feld**  $H_{ent}$ :

$$\mu_0H_{ent} = -NJ \quad . \quad (5)$$

Um das Feld  $\mu_0H_{ent}$  ist das **mittlere innere Feld**  $H_{int}$  bezogen auf das äußere  $H_{ext}$  reduziert (homogene Felder in Ellipsoiden vorausgesetzt):

$$\mu_0H_{int} = \mu_0H_{ext} - NJ \quad . \quad (6)$$

Mit (6) wird anschließend an die Messung  $J = J(H_{ext})$  rechnerisch dem Idealfall des geschlossenen Kreises entsprochen.

Die skalare Größe  $N$ , der **Entmagnetisierungsfaktor**, ist exakt nur für Ellipsoide definiert und für deren Hauptachsen tabelliert (s. Tab. 21). So beträgt z. B. für den Grenzfall der Kugel in allen (drei) Richtungen  $N = (N_a = N_b = N_c =) \frac{1}{3}$ .

Bei **Vibrationsmagnetometern** (VSM: "vibrating sample magnetometer") schwingt die Probe, beim transversalen Typ senkrecht zur Feldrichtung, mit kleiner Amplitude ( $\hat{y} \approx 0,5$  mm). In den ruhenden Meßspulen wird eine der x-Komponente des magnetischen Moments der Probe proportionale Spannung induziert.

## 1.3 Transversales Vibrationsmagnetometer

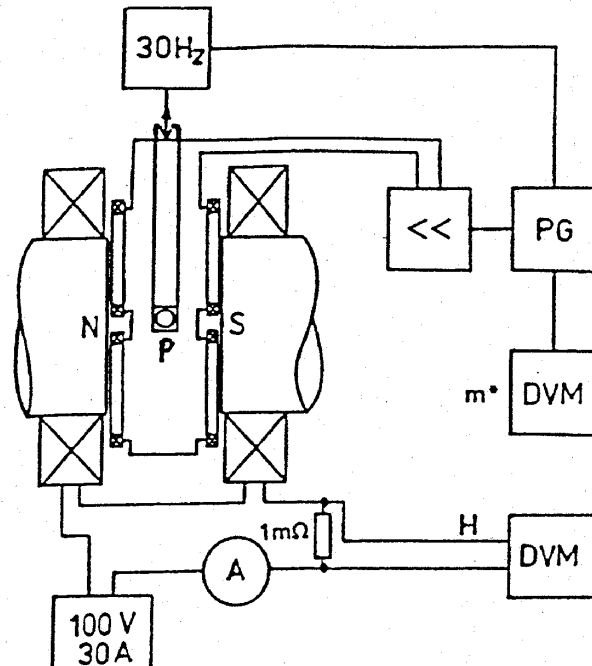
### 1.3.1 Prinzip

Die Richtungen von äußeren Feld ( $\vec{e}_x$ ), Schwingungsrichtung ( $\vec{e}_y$ ) und Spulennormalen ( $\vec{e}_z$ ) sind gegeben durch

$$\vec{H}_{ext} = H_{ext} \vec{e}_x \quad (a); \quad \vec{y}(t) = \hat{y} \cos \omega t \vec{e}_y \quad (b); \quad \vec{n}_s = \vec{e}_z \quad (c). \quad (7)$$

Die Meßspulennormalen sind stets  $\parallel \vec{H}$  angeordnet.

In der  $x-z$ -Ebene läßt sich die Probe drehen und damit die Vorzugsrichtung einer Probe in dieser Ebene finden. Auf derartigen winkelabhängigen Messungen basieren die **Anisotropie-Bestimmungen**). Die induzierte harmonische Wechselspannung wird analysiert mit einem **Messverstärker plus Phasengleichrichter** (PG (=lock in), s. Kap. 3.5), wobei die optimale Phase nur ein mal zu Beginn justiert wird. Mit dem Tiefpaß werden die effektive Bandbreite  $\Delta f$  und damit die Zeitkonstante  $\tau = RC = 1/4 \Delta f$  eingestellt (empfohlen  $\tau = 0,3$  bis  $1$  s). Die Gleichspannung am Ausgang wird mit dem DVM angezeigt.



**Abb. 1:** Prinzip eines TVSM im Luftspalt eines Eisenjochs mit Probe P und 4 Meßspulen für die  $z$ -Komponente

### 1.4 Eigenschaften

Es trägt (wie auch beim "longitudinalen" VSM) das statische äußere Feld nicht zum Signal bei.

- An den ebenen Stirnflächen der Eisenpolschuhe befinden sich 4 identische Meßspulen, deren Normalen  $\vec{n} \parallel \vec{e}_z$  und immer  $\parallel \vec{H}_{ext}$  liegen und die Parallel-Komponente  $J_{\parallel}$  aufnehmen.
- Das statische magnetische Feld  $\vec{H}_0 = H_0 \vec{e}_x$  ist horizontal gerichtet, also senkrecht zur Bewegung, daher der Begriff "transversal".  $\vec{H}$  kann bezüglich der Probenrichtung (z. B.  $c$ -Achse) beliebig gedreht werden. Transversale VSM werden daher vorzugsweise für Untersuchungen der **Anisotropie** (in der  $x-z$ -Ebene) eingesetzt.
- Ausschlaggebend für das Signal ist das Streufeld ( $\approx$  Dipolfeld) der Proben. Die Amplituden der in 4 Spulen induzierten harmonischen Signalspannung sind näherungsweise gleich und gegeben durch

$$\hat{U} = G m^* \omega \hat{y} = G^* V J_{\parallel} \quad (8)$$

Der Geometriefaktor  $G$  bzw. die Gerätekonstante  $G^* = G \omega \hat{y}$  werden durch Kalibrierung bestimmt.

- Die Signale in allen 4 Spulen werden addiert, während die homogenen Stör-Flüsse, die möglicherweise die paarweise gegeneinander geschalteten Spulen durchsetzen, kompensiert werden (Gradientenspulen; s. Abb. 1).

## 2 Hinweise zu den Versuchen

- **Kalibrierung der Feldstärke im Luftspalt:**

Die **magnetische Feldstärke im Luftspalt eines Eisenjochmagneten** muß bei Beachtung der Jochhysterese dem Feldstrom zugeordnet werden. Diese Zuordnung wird immer dann eindeutig, wenn vom Maximalfeld ausgegangen wird (konstante Jochremanenz  $H_r$ ).

Eine theoretische Abschätzung nach

$$H_L \leq \frac{n I}{d + \frac{l_{Fe}}{\mu}} \quad , \quad (9)$$

( $H_L$  = Feldstärke im Luftspalt;  $l_{FE}$  = Eisenweglänge;  $d$  = Breite des Luftspaltes;  $\mu$  = relative Permeabilität des Eisens; Herleitung!) kann nur Hinweise geben. Denn, abgesehen von der Hysterese, sind die Streuverluste schwer zu erfassen (verstärkt bei Verjüngung der Polschuhe). Im linearen Teil der  $H(I)$ -Kurve im Bereich  $I \approx \pm 12$  A genügt ein Geraden-Fit entsprechend  $H(I) = H_r + k_1 I$ .

**Den Umpolschalter für den Feldstrom nur im stromlosen Zustand betätigen!** Ausgehend vom Maximalwert  $+I_{max} = 25$  A wird der Strom in 1A-Schritten variiert. Die Feldstärke wird gemessen mit der im Zentrum des Luftspaltes justierten, vorher bezüglich  $H \approx 0$  "kalibrierten" (Abschirmung des Erdfeldes) Hallsonde.

- **Kalibrierung des VSM:**

Die in den Meßspulen (pick up-Spulen) induzierte Spannung ist nach (8) dem **magnetischen Moment**  $m^* = VJ$  proportional. Zur Kalibrierung wird ein Nickel-Zylinder benutzt (Volumen  $V$ ; Masse  $m$ ; Dichte  $\rho$  gegeben).

**Eichwert für polykristallines Nickel bei  $\mu_0 H_{ext} \approx 1$  T:**

$J_s = (0,614 \pm 0,001)$  T bei 23°C; Temperaturkoeffizient:  $-5 \cdot 10^{-4}/K$ .

Die y-Koordinate der Probe muß auf maximales Signal eingestellt werden (durch Drehen des "Hütchens" oder Änderung der Stablänge). Am **phasenempfindlichen Gleichrichter** wird die Phase solange verändert, bis das Signal maximal ist ( $\cos \varphi = 1$ ).

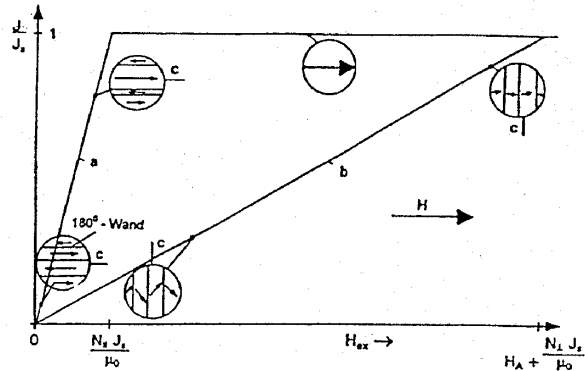
- **Polarisation einer unbekannt Probe:**

Die analoge Messung wird mit der Meß-Probe  $x$  mit dem Volumen  $V_x$  durchgeführt (Relativverfahren). Unter der Voraussetzung, daß während beider Messungen die Größe  $G^*$  konstant bleibt, folgt aus Gl. (8)

$$J_x(H) = J_{s,ni}(1 \text{ T}) \frac{U_x(H)}{U_{ni}(1\text{T})} \frac{V_{ni}}{V_x} \quad . \quad (10)$$

- **Leichte Richtung und Messung der Anisotropie:**

Anisotropiemessungen setzen voraus, daß die Probe richtig orientiert ist: Die "leichte Richtung" muss dazu in der  $x - z$ -Ebene liegen. Bei **magnetisch einachsigen** Proben (einachsige Kristallanisotropie oder Formanisotropie) findet man am sichersten die "leichte Richtung" in der Drehebene magnetisch über das Signalminimum (Nullwert) der "schweren Richtung" und anschließende Drehung um  $90^\circ$ .



**Abb. 2:** Bestimmung der Kristall-Anisotropie-Energie aus dem äußeren Sättigungsfeld  $\mu_0 H'_A = \frac{2K_1}{J_s} + N_\perp J$ ; Polarisationsrichtungen in den Weiss'schen Bezirken durch Pfeile markiert

Die einachsige Kristall-sowie Form-Anisotropie wird aus den Polarisationskurven für

1.  $J(H_{ext})_{\Theta=0}$  ("leichte") und

2.  $J(H_{ext})_{\Theta=\pi/2}$  für die "schwere" Richtung bestimmt.

$N_\perp$  muß anhand des eingeschriebenen Ellipsoides mit dem Wert aus dem Tafelwerk bestimmt werden, um das wahre Anisotropiefeld  $H_A = \frac{2K_1}{J_s}$  aus dem scheinbaren (äußeren Sättigungsfeld) und damit  $K_1$  zu ermitteln.

- **Bestimmung von  $N$ :**

**Experimentell:** Der verlängerte Schnittpunkt des anfänglich linear ansteigenden Astes der gemessenen Polarisationskurve  $J = J(H_{ext})$  (Bereich der reversiblen Wandverschiebung) mit der näherungsweise Horizontalen (der Sättigung) ergibt das maximale entmagnetisierende Feld (s. Abb. 3).  $\mu_0 |H_{ext}|$  entspr. Gl. (5) mit  $J = J_{sni} = 0,614$  T.

**Tafelwerk:** Ermittlung des einbeschriebenen Ellipsoides und dessen Achsenverhältnisse ( $c/a$ ;  $b/a$ ;  $b/c$ ).

- **Formanisotropie:**

Die Differenz der Entmagnetisierungsfaktoren  $\Delta N$  multipliziert mit  $J_{sni}/2$  entspricht der Formanisotropie (Flächeinhalt zwischen beiden Kurven; Möglichkeit der Kontrolle von  $(N_\perp - N_\parallel) J_{sni}^2 / 2\mu_0$  durch Planimetrieren (s. Abb. 2 a).

- **Messungen am Dauermagneten:**

Bei der hartmagnetischen Probe muß vorsichtig bei geringen Feld ( $\mu_0 H_{ext} \approx 0,1$  T) die leichte Richtung und die "positive" Feldrichtung gesucht werden (positives Signalmaximum).

Dann wird in der leichten Richtung, ausgehend vom Maximalfeld derselben Polarität ( $\approx +2,5$  T), im ersten und nach Umpolen im Nullfeld anfangs des zweiten Quadranten  $J(H_{ext})$  gemessen, aber nur bis zu  $\approx J_s/2$ .

Abschließend wird der Winkel um  $\pi/2$  gedreht und die lineare Polarisationskurve in schwerer Richtung gemessen und  $H_A$  abgeschätzt und der Betrag mit  $JH_c$  (nur durch extrapolation bestimmen!) verglichen.

- **Maximales Energie-Dichte-Produkt des Dauermagneten:**

Zur Bestimmung des technisch bedeutsamen Qualitätsmerkmals  $|B \cdot H_{int}|_{max}$  muss

aus der Meßkurve  $J(H_{ext})$  (1. und 2. Quadrant)

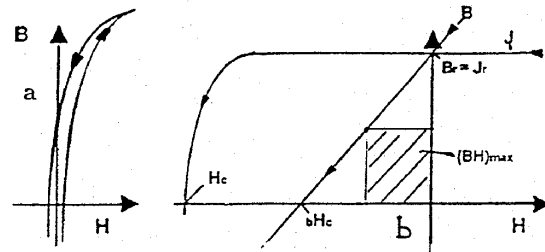
1.  $J$  in Tesla absolut berechnet werden ,
2. bei bekanntem Entmagnetisierungsfaktor  $\mu_0 H_{int} = \mu_0 H_{ext} - NJ$  berechnet sowie
3.  $B = B(\mu_0 H_{int})$  grafisch dargestellt,
4. im 2. Quadranten der Punkt auf der  $B(H_{int})$ -Kurve ermittelt werden, für den das Produkt  $|B \cdot H_{int}|$  maximal ist (s. a. Tab. 1).

- Die **Nachwirkung**, d. h. das Abklingen der Polarisation mit der Zeit, wird im 2. Quadranten der Hystereseschleife entsprechend den Vorgaben des Kap. 3.3 für drei Gegenfelder in 20 s-Abständen gemessen.

## 3 Anhang

### 3.1 Koerzitivfeldstärke und Hysterese von Hartmagneten

Die  $J(H)$ - (bzw.  $B(H)$ )-Kurven ferromagnetischer Werkstoffe zeigen **Hysterese**, d. h. sie sind weder linear noch eindeutig (Abb. 3). Die Hysterese-Schleifen der Weichmagnete sollen möglichst schmal ( $H_c$  gering, s. Abb. 3 a), die der Hartmagnete breit ( $H_c$  hoch) sein.  $H_c$  ist ursächlich mit  $K_1$  (notwendige Voraussetzung) verknüpft. Hinreichende Voraussetzungen für endliche  $H_c$ -Werte entstehen durch günstige Mikrostrukturen (Korngrößen, Kristall-Baufehler).



**Abb. 3:**

Schema von (Teil-) Hystereschleifen von Weich- (a); bzw. Hart-Magneten (b) mit Remanenz und maximalem Energieprodukt

### 3.2 Magnetisierungsprozesse

#### 1. Wandverschiebung:

In größeren magnetisch einachsigen Kristalliten sind ( $180^\circ$ -) Blochwände vorhanden (s. Abb. 4), die durch Blochwände getrennt sind. Durch äußere Felder werden die Wände reversibel oder irreversibel (BARKHAUSEN-Sprung) bewegt.

#### 2. Drehprozess, Drehsprung:

Sind die einachsigen Teilchen (mit hexagonaler oder tetragonaler Struktur) hinreichend klein, so können sich keine Blochwände ausbilden und das gesamte Teilchen stellt einen Weißschen Bezirk dar. Der Höchstwert für  $H_c$  von Dauermagneten ist:

$${}_J H_c \approx H_A \approx \frac{2K_1}{J_s} \quad (11)$$

Praktisch werden oft nur ca. 10% davon erzielt. Beim Anlegen eines Gegenfeldes wird der Polarisationsvektor zunächst aus der leichten Richtung reversibel herausgedreht, um bei  $|H| \approx H_c$  in die neue Gleichgewichtslage umzuspringen (kohärenter Drehsprung, s. Gl. (11)). Dabei wird eine Energieschwelle von Größenordnung  $K_1$  überwunden.

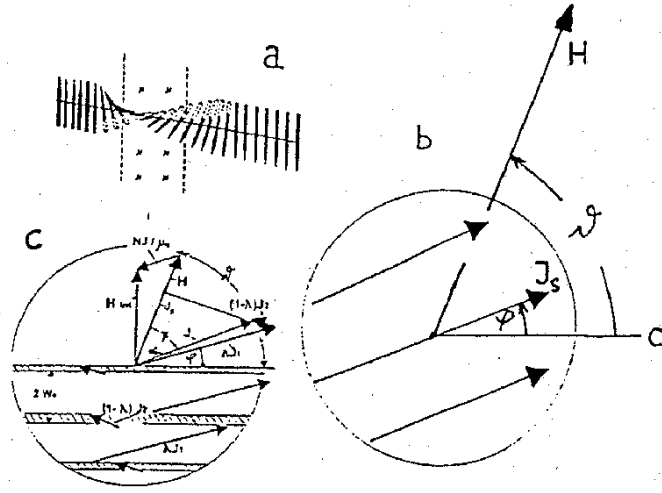
### 3.3 Zur Stabilität von Dauermagneten

#### 3.3.1 Einfluss von Temperaturschwankungen, irreversible Verluste

Entscheidend

für die Stabilität eines Dauermagneten ist dessen  $JH_c$ -Wert und dessen meist sehr starke Temperaturabhängigkeit  $JH_c(T)$ . Solange  $JH_c \ll NJ_s/\mu_0$  ist, treten bei geringen Temperaturänderungen praktisch nur reversible Effekte auf. D. h. die durch  $\Delta T$  verursachte Änderungen  $\Delta J$  sind reversibel.

Ist dagegen  $JH_c$  schon recht gering und mit stark  $T$  abnehmend, so bewirken positive  $\Delta T$ -Schritte (die bei Metallen  $H_c$ -erniedrigend wirken) auch **irreversible**  $\Delta J_{irr}$ -Änderungen. Das sind die die irreversiblen Verluste. Nimmt dadurch z. B.  $J$  infolge  $T$ -Erhöhung um 10 % ab, so bleibt dieser Anteil beim erneuten Erwärmen der Probe bestehen.



**Abb. 4:** Magnetisch einachsiger Einkristall:

a: Schema einer  $180^\circ$ -Blochwand im "großen" Kristall; b: Sättigung, hohes Feld; c: allgemeiner, Mehrdomänenzustand, geringes Feld; 2 "Phasen", (weiß bzw. schraffiert), getrennt durch  $180^\circ$ -Wände, in denen  $\vec{J}_s$  gegenläufig gedreht ist

#### 3.3.2 Nachwirkung

Es gibt aber auch irreversible Verluste, die isotherm beobachtet werden und die nur auf thermische Relaxation zurückzuführen sind. Das ist die thermische Nachwirkung von Hartmagneten.

Unterschreitet das negative Feld im 2. Quadranten etwa  $-H_{int} < -0,5 |JH_c|$ , so läßt diese magnetische Nachwirkung einfach beobachten. Sie äußert sich in einem ständigen Absinken der Polarisierung. Dieser Effekt ist um so stärker, je höher das Gegenfeld ist, d. h. je weiter man sich dem Wert  $JH_c$  nähert (oder nahe  $-H_{ext} \approx |JH_c|$  vollzieht sich der Ummagnetisierungsprozess von alleine). Im Versuch wird die Nachwirkung für drei aufeinanderfolgende Gegenfelder ( $H \approx -0,6|H_c|$ ;  $\approx -0,7|H_c|$ ,  $\approx -0,8|H_c|$ ) jeweils über ca. 3 min in äquidistanten Zeitabständen (20 s, Armband-Uhr) registriert und über  $\ln t$  grafisch dargestellt. Der jeweilige Quotient

$$S' = -\frac{\Delta J}{\Delta(\ln t/s)} \quad (12)$$

heißt Nachwirkungskonstante (im offenen Kreis).

Anhand von  $S'$  läßt sich das mehr universelle Fluktuationfeld  $S_v$  abschätzen

$$S_v \approx \frac{S'}{\chi'_{irr}} \quad (13)$$

(Division durch die scheinbare irreversible Suszeptibilität  $\chi'_{irr}$ ). Der maximal mögliche  $\chi'_{irr}$ -Wert ist  $\chi'_{irr} \approx \chi_{tot} \approx 1/N \approx 3$ . Denn im  $H_c$ -Punkt läuft die  $J(H)$ -Kurve horizontal zurück:  $\chi_{rev} \approx 0$ .

### 3.3.3 Abschätzung der Langzeitstabilität, "Alterung"

In einem Arbeitspunkt nahe der Remanenz ist für einen guten Dauermagneten  $\chi'_{irr} < 0,001$  anzusetzen. Damit und mit dem nach Gl. (13) ermittelten  $S_v$ -Wert nimmt  $J$  um  $\Delta J_{irr}$  innerhalb einer vorgegebenen Zeit ab um

$$\Delta J_{irr} \leq S' \cdot \chi' \cdot (\ln(t/t_0)) \quad (14)$$

#### Beispiel:

Gegeben sei:  $S' = 0,012$  T;  $\chi'_{irr} \approx 3$  (Kugel) ergibt  $S_v \approx 0,004$  T und für  $t = 31,5 \cdot 10^6$  s (1 Jahr) nach Gl. (14) folgt  $\Delta J_{irr} \approx 0,04 \cdot 0,001 \cdot \ln(31,5 \cdot 10^6) \leq 0,006$  T. D. h. durch thermische Nachwirkung ist innerhalb eines Jahres mit einer irreversiblen  $\Delta J$ -Änderung von maximal 0,006 T zu rechnen, was einer relativen Änderung von  $0,006/1,4 \approx 0,4\%$  entspricht.

## 3.4 Magnetisch einachsige Materialien

Für moderne Hartmagnete gilt für den Vergleich von  $K_1$  mit der maximal möglichen Formanisotropie  $\Delta N \approx 1$  (dünne Platte)

$$K_{form} = \frac{1}{2} \Delta N J^2 / \mu_0 \ll K_1 \quad . \quad (15)$$

#### Beispiele:

A. BaFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>:  $K_1 \approx 3,3 \cdot 10^5$  J/m<sup>3</sup>;  $K_{form} \approx \frac{1}{2\mu_0} (0,48)^2 T^2 = 4,6 \cdot 10^4$  J/m<sup>3</sup>.

B. SmCo<sub>5</sub>:  $K_1 \approx 2,8 \cdot 10^7$  J/m<sup>3</sup>;  $K_{form} \approx 4 \cdot 10^5$  J/m<sup>3</sup>.

Derartige hexagonale oder tetragonale Kristalle nennt man **magnetisch einachsig**, da bei jeglicher Form des Kristallits die kristallografische c-Achse die leichte Richtung ist.

## 3.5 Zur Ursache der Anisotropie

### 3.5.1 Kristallanisotropie

Im Kristallgitter eines Ferro-(Ferri-) Magneten erfolgt durch die Austauschwechselwirkung eine Parallelstellung der atomaren Spins  $S$  der "magnetischen" Elektronen (nicht aufgefüllte 3d- oder 4f-Elektronen-Schalen). Bei gleichzeitigem Auftreten von hohen Bahndrehimpulsen ( $L$ , nicht kugelförmige Elektronendichte-Verteilung) dieser Elektronen (z. B. beim 3d-Metall Kobalt oder vielen Seltenerd-Elementen (4f), Sm, Dy, Nd) wird durch die Spin-Bahn-Kopplung der Gesamtdrehimpuls  $J = S + L$  und damit das gesamte atomare magnetische Moment an das im Gitter verankerte  $L$  gekoppelt. Damit entstehen Vorzugsrichtungen oder "leichte Richtungen" für die Polarisierung im Kristall.

Phänomenologisch werden als Maß die Anisotropiekonstanten  $K_1, K_2$  eingeführt. Mit ihnen lautet die winkelabhängige Energie der Kristallanisotropie  $W_{an}$

$$\frac{W_{an}}{V} = w_{an} = K_1 \sin^2 \vartheta + K_2 \sin^4 \vartheta + \dots \quad (16)$$

(in niedrigster Näherung nur  $K_1$ ). Unter der Wirkung eines Feldes, das einen Winkel ( $\vartheta$ ) mit der leichten Richtung bildet, wird die Sättigungspolarisation  $J_s$  um den Winkel  $\vartheta$  aus der leichten Richtung (hexagonale c-Achse) reversibel herausgedreht (Abb. 4 a).



Anschaulich verkörpert  $K_1$  das auf das Volumen bezogene maximal auftretende Drehmoment (reversible Dreharbeit für  $\varphi = \pi/2$ ) in hohen Feldern. Die wichtigsten Bestimmungsmethoden sind Drehmoment- und  $J(H_{\perp c})$ -Messungen. Hier entspricht  $K_1$  der Fläche zwischen den Polarisationskurven in leichter und schwerer ( $\vec{H} \perp c$ ) Richtung (s. Abb. 2). Zur Bestimmung von  $K_1$  wird das innere Sättigungsfeld oder **Anisotropiefeld**  $H_A$  bzw. das äußere Sättigungsfeld  $H'_A$

$$H_A = \frac{2K_1}{J_s} \quad (a) \quad ; \quad H'_A = \frac{2K_1}{J_s} + NJ_s/\mu_0 \quad (b) \quad (17)$$

(in schwerer Richtung) gemessen.

### **Energie des entmagnetisierenden Feldes, Formanisotropie:**

Ohne äußeres Feld und ohne Kristallanisotropie bewirkt das eigene entmagnetisierende Feld einer weichmagnetischen (z. B. Kugel-) Probe, dass diese weitestgehend abmagnetisiert wird.

Bei einem aufmagnetisierten Dauermagneten dagegen baut das entmagnetisierende Feld die **Energie des entmagnetisierenden Feldes = Streufeldenergie** auf:

$$\frac{W_{ent}}{V} = - \int \vec{J} d\vec{H}_{ent} = \frac{1}{2} NJ^2/\mu_0 \quad ; \quad (18)$$

( $dH_{ent} = -NdJ/\mu_0$ ).

**Konsequenz der Gl. (18) für nicht kugelförmige ferromagnetische Proben:** Auch bei  $K_1 \approx 0$  existiert im äußeren Feld eine winkelabhängige Energie, die **Formanisotropie-Energie**:

In einem gestreckten Rotationsellipsoid ("Zigarre";  $N_a < N_b = N_c$ ) unterscheidet sich nach Gl. (18) im Feld die Energie der Probe für die Längs- und Querrichtung um

$$\frac{W_{form,max}}{V} = \frac{\Delta W_{ent}}{V} = \frac{1}{2}(N_{\perp} - N_{\parallel})J^2/\mu_0 = \frac{1}{2}\Delta NJ^2/\mu_0 = K_{form} \quad . \quad (19)$$

Als Folge versucht sich die Probe mit der langen Achse parallel zum Feld einzudrehen (z. B. eiserne Nadel im Feld), bei analoger Winkelabhängigkeit zu Gl. (16):

$$w_{form} = \frac{1}{2\mu_0}[\Delta N J^2] \sin^2 \varphi = K_{form} \sin^2 \varphi \quad . \quad (20)$$

Nach Gl. (20) folgt z. B. für eine **Nadel aus Eisen**:

Mit  $J_s \approx 2,2 \text{ T}$ ;  $N_a \approx 0$ ;  $N_b \approx 0,5$  ergibt sich:

$K_{form} \approx \frac{1}{2\mu_0}(0,5(2,2)^2 \text{ T}^2) = 9,5 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$  (Vergl. mit  $K_1$ -Werten der Tab. 1).

## 3.6 Tabellen

### 3.6.1 Kenngrößen von Hartmagneten bei Raumtemperatur

**Tab. 1:**

$K_1$ ;  $(BH)_{max}$ -Werte, Remanenz  $J_r \approx (0, 5 \dots 0, 98)$ ,  $J_s$ , Curie- ( $T_c$ ) und maximale Anwendungstemperatur  $T_{an,max}$  von Dauermagnetmaterialien mit Jahr der Einführung:

Material	$K_1$ kJ/m <sup>3</sup>	$J_r$ T	$J_s$ T	$(BH)_{max}$ 10 <sup>3</sup> Jm <sup>-3</sup>	$T_c$ °C	$T_{an,max}$ °C	Jahr
Stähle	50	0,8	1,8	5	≈ 800	≈ 400	1920
BaFe <sub>12</sub> O <sub>19</sub>	320	0,4	0,48	32	450	≈ 250	1952
AlNiCO-8		1,1	1,4	80	≈ 820	≈ 450	1960
SmCo <sub>5</sub>	14000	0,9	1,05	160	≈ 700	≈ 250	1968
Sm <sub>2</sub> Co <sub>17</sub>		1,1	1,2	240	≈ 900	≈ 400	1973
Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B	4500	1,2	1,6	320	≈ 310	≈ 120	1984
(NdDy) <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B +Zusätze		1,4	1,5	385	≈ 315	≈ 160	1996

Neben der Sättigungspolarisation  $J_s$ , der (wahren) Remanenz  $J_r$  ( $H_{int} = 0$ ) und der Koerzitivfeldstärke  $H_c = J_c$  ( $J = 0$ ) ist das **maximale Energie- (dichte-) Produkt**  $|B \cdot H_{int}|_{max}$  ein wesentliches Qualitätsmerkmal eines Dauermagneten (s. Tab. 1). Aus ihm ergibt sich bei gegebenen Volumina von Luftspalt und Magnet sowie den Streuverlusten das Quadrat der Feldstärke im Luftspalt eines Dauermagnetsystems.

### 3.6.2 Entmagnetisierungsfaktoren von Rotations-Ellipsoiden und Stäben

**Tab. 2:** mit dem Dimensionsverhältnis  $l/d$ ; (bzw.  $D/d$ ) [1]

$l/d$   $D/d$	Stab( $l/d$ )	Lang. Rot.-Ellips.( $l/d$ )	Diskus ( $D/d$ )
0	1	1	1
1	0,27	0,333	0,333
2	0,14	0,173	0,236
5	0,040	0,0558	0,125
10	0,0172	0,02	0,07
100	0,00036	0,00043	0,0076
1000	0,0000036	0,0000066	0,000784

## 3.7 Harmonische Signal-Analyse mit lock-in-Technik

Zur Analyse von harmonischen Signal-Spannungen

$$U_s(t) = \hat{U}_s \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad , \quad (21)$$

nach Amplitude und Phase werden phasenempfindliche Gleichrichter (engl. lock in = anketten) benutzt. Beim VSM interessiert nur die Amplitude. Diese Geräte funktionieren stets so, daß ein starkes Referenzsignal mit identischer Frequenz und starrer Phase,

$$U_0(t) = \hat{U}_0 \cos \omega_0 t \quad , \quad (22)$$

mit dem Signal multipliziert wird. Anschließend wird das Produkt (beachte  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$ )

$$p(t) = \hat{U}_s \hat{U}_0 (\cos \omega t) \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2} \hat{U}_s \hat{U}_0 [\cos \varphi_0 + \cos(2\omega_0 + \varphi_0)] \quad (23)$$

zunächst einem Tiefpaß, der die hohe Frequenz ( $2\omega_0$ ) beseitigt und danach einer Brücke zugeführt, die den konstanten Anteil  $\frac{1}{2}\hat{U}_0$  kompensiert (Synchron-Demodulation auf die Zwischenfrequenz Null). Damit gilt für die am Ausgang des Gerätes (lock in-Verstärker) gemessene Gleich-Spannung

$$U = \hat{U}_s \cos \varphi_0 \quad . \quad (24)$$

Beim VSM wird die Phase auf  $\cos \varphi = 1$  abgeglichen.

**Vorteile** (beim VSM):

1. Einfache Bandbeschneidung zur Rauschunterdrückung mittels Tiefpaß;
2. Wechsel des Vorzeichens der Gleichspannung bei Phasendrehung um  $\pi$ ;
3. Rauschen gibt keinen Gleichspannungsbeitrag.

## 4 Fragen, Aufgaben

1. Man berechne anhand des Durchflutungsgesetzes und der Quellenfreiheit von  $B$  die magnetische Feldstärke im Luftspalt eines Eisenjochmagneten und kontrolliere die Gl. (9).
2. Man skizziere die Richtungen der lokalen atomaren Spins in einer  $180^\circ$ -Blochwand mit der Wandbreite  $\delta$ . Wovon hängen die Wandbreite und die Domänenbreite ab?
3. Nennen Sie Beispiele für anisotrope ferro-(ferri-) magnetische Proben. Was gibt die Anisotropiekonstante an?
4. Welchen Anstieg  $\Delta J/\mu_0\Delta H_{ext}$  hat die Polarisationskurve  $J = J(H_{ext})$  für eine hochpermeable ferromagnetische Probe ( $\mu \approx 10^5$ ;  $N = 1/3$ )?
5. Beschreiben Sie für einen einachsigen (hartmagnetischen) Einkristall die Polarisationskurve für die leichte und schwere Richtung. Wie bestimmt man  $K_1$ ?
6. Erläutern Sie Unterschiede und Umrechnungsfaktoren der Maßeinheiten von  $H$ ,  $B$ ,  $J$  (und der hier nicht benutzten Magnetisierung  $M$ ) im SI und im cgs-System (G, Oe).
7. Man beweise:  $\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi'} - N$ .  $\chi = \frac{\Delta J}{\mu_0 H_{ext}}$ ;  $\chi' = \frac{\Delta J}{\mu_0 H_{int}}$ ;  $H_{int} = H_{ext} - N J/\mu_0$ .
8. Welche Arten von Austauschkopplung kennen Sie für magnetische Substanzen? Was ist ein Ferromagnet? Was besagt die Slater-Pauling-Kurve?
9. Man berechne das Anisotropiefeld  $H_A$  sowie das (äußere) Sättigungsfeld (in schwerer Richtung)  $H'_A$  (beides in A/m und in T) für folgenden Kristall:  $J_s = 1T$ ;  $K_1 = 10^6 \text{ J/m}^3$ ;  $N = 0,333$ .
10. Nennen Sie je ein Beispiel für eine reversible und eine irreversible  $J(H)$ -Kurve bei hartmagnetischen Materialien.
11. Was versteht man unter dem Streufeld und dem Dipolfeld? Wann sind beide gleich?
12. Man beschreibe und skizziere die Kennlinie eines idealen Dauermagneten und zeige, daß für  $B = J_r/2$  das Energieprodukt  $B \cdot H$  maximal wird.
13. Wie funktioniert ein Vibrationsmagnetometer? Wie kann man es kalibrieren? Wovon hängt die induzierte Meßspannung beim tvsm ab?
14. Was leistet ein phasenempfindlicher Gleichrichter?
15. Wie hängen magnetische Polarisation und magnetisches Moment zusammen (Maßeinheiten)?  
Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  und  $\vec{J}$ ?

# Literatur

- [1] S. Chikazumi, Physics of Ferromagnetism, (1. Aufl. V. J.Wiley, New York 1964) 2. Auflage Clarendon Press Oxford 1997
- [2] Ch. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, V.-Oldengourg, München 1991
- [3] E. Kneller, Ferromagnetismus, V. Springer, Berlin, 1962
- [4] J. Smit und H. P. J. Wijn, Ferrite, Philips Techn. Bibl. 1962
- [5] A. Hubert, Magnetische Werkstoffe, Skriptum, UNI Erlangen 1985
- [6] L. Jahn, Einführung in Magnetismus und Magnetlabor, Skriptum, TU Dresden 2000
- [7] G. J. Long and F. Grandjean, Supermagnets, Hard Magnetic Materials, NATO ASI Series, V. Kluwer Academic Publishers Dordrecht 1991