



2. Übungsblatt

Gruppe B

Aufgabe 2.1: Wellenpaket

a) Ein Wellenpaket entspricht ...

- ... einer ebenen Welle $\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$.
- ... einer Superposition ebener Wellen.
- ... einem klassischen Teilchen.

Markieren Sie die richtige Antwort.

b) Ein Wellenpaket bewegt sich ...

- ... mit der Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$.
- ... immer schneller als das Licht.
- ... mit der Gruppengeschwindigkeit $v_g = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{k=k_0}$.

Markieren Sie die richtige Antwort.

Aufgabe 2.2: De-Broglie-Wellenlänge

Der Durchmesser eines Neutrons beträgt etwa 1,5 fm.

- a) Bestimmen Sie die Energie und Geschwindigkeit eines Elektrons, dessen assoziierte Wellenlänge dreimal so groß ist wie der Durchmesser eines Neutrons. Muss hier relativistisch gerechnet werden?
- b) Welche Energie hat ein Photon der gleichen Wellenlänge?

Aufgabe 2.3: Wellengleichung

Eine Wellengleichung ist gegeben durch

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Wellengleichung durch $\psi(x, t) = f(\pm kx \pm \omega t)$ für jede beliebige Funktion f gelöst wird.

Aufgabe 2.4: Unbekanntes Teilchen

Ein Teilchen bewegt sich (nichtrelativistisch) dreimal so schnell wie ein Elektron. Das Verhältnis der De-Broglie-Wellenlänge dieses Teilchens zu der des Elektrons beträgt $1,813 \cdot 10^{-4}$. Um was für ein Teilchen handelt es sich?

Aufgabe 2.5: Materiewelle

Für eine Materiewelle gilt $p = \hbar k$ und $E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 + V = \hbar\omega$. Zeigen Sie, dass aus der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

für eine ebene Welle $\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$ mit fester Frequenz ω die stationäre Schrödinger-Gleichung

$$-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = E\psi$$

folgt.

Aufgabe 2.6: Entwicklung eines Wellenpaketes

Betrachten Sie die folgende Superposition dreier ebener Wellen mit drei verschiedenen Wellenvektoren:

$$\psi(x) = \frac{1}{2} e^{i(k_0 - \frac{\Delta k}{2})x} + e^{ik_0 x} + \frac{1}{2} e^{i(k_0 + \frac{\Delta k}{2})x} \quad (*).$$

- Zeigen Sie, dass $\psi(x) = e^{ik_0 x} [1 + \cos(\frac{\Delta k}{2}x)]$ gilt.
- Wo befindet sich ein Maximum x_0 von $|\psi(x)|^2$? Wie interferieren die drei Terme in (*) an dieser Stelle?
- Man bewege sich weg von x_0 bis zu einem Ort $x = x_0 + \frac{\Delta x}{2}$, bei dem destruktive Interferenz auftritt. Wie lautet das Produkt $\Delta x \Delta k$ für diesen Fall?