



3. Übungsblatt

Gruppe A

Aufgabe 3.1: Wellenpaket

a) Ein Wellenpaket entspricht ...

- ... einer ebenen Welle $\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$.
- ... einer Superposition ebener Wellen.
- ... einem klassischen Teilchen.

Markieren Sie die richtige Antwort.

b) Ein Wellenpaket bewegt sich ...

- ... mit der Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$.
- ... immer schneller als das Licht.
- ... mit der Gruppengeschwindigkeit $v_g = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{k=k_0}$.

Markieren Sie die richtige Antwort.

Aufgabe 3.2: Photoeffekt

In einem Experiment zum Photoeffekt wird eine Photokathode aus Natrium eingesetzt. Für Licht der Wellenlänge 300 nm wird ab einer Gegenspannung von 1,85 V kein Photostrom mehr gemessen. Bei Licht der Wellenlänge 400 nm ist dafür nur eine Gegenspannung von 0,82 V nötig. Bestimmen Sie aus diesen Daten:

- Einen experimentellen Wert für das Planck'sche Wirkungsquantum.
- Die Austrittsarbeit für Natrium.
- Die Grenzwellenlänge, ab der der Photoeffekt für Natrium nicht mehr möglich ist.

Aufgabe 3.3: Materiewelle

Ein stationäres freies Teilchen kann durch eine Wellenfunktion der Form $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, welche die allgemeine Lösung der Gleichung $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0$ ist.

a) Für welches k ergibt sich die stationäre Schrödinger-Gleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = E\psi \quad ?$$

b) Sei $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t}$ eine zeitabhängige Form der Wellenfunktion des freien Teilchens. Eliminieren Sie $E = \hbar\omega$ mit Hilfe der zeitlichen Ableitung von $\Psi(x, t)$ und erhalten Sie die zeitabhängige Form der Schrödinger-Gleichung.

Aufgabe 3.4: Entwicklung eines Wellenpaketes

Betrachten Sie die folgende Superposition dreier ebener Wellen mit drei verschiedenen Wellenvektoren:

$$\psi(x) = \frac{1}{2}e^{i(k_0 - \frac{\Delta k}{2})x} + e^{ik_0x} + \frac{1}{2}e^{i(k_0 + \frac{\Delta k}{2})x} \quad (*).$$

- a) Zeigen Sie, dass $\psi(x) = e^{ik_0x} [1 + \cos(\frac{\Delta k}{2}x)]$ gilt.
- b) Wo befindet sich ein Maximum x_0 von $|\psi(x)|^2$? Wie interferieren die drei Terme in (*) an dieser Stelle?
- c) Man bewege sich weg von x_0 bis zu einem Ort $x = x_0 + \frac{\Delta x}{2}$, bei dem destruktive Interferenz auftritt. Wie lautet das Produkt $\Delta x \Delta k$ für diesen Fall?

Aufgabe 3.5: Unschärfe

- a) Ein Elektron bewege sich entlang der x-Achse und Sie messen eine Geschwindigkeit von $2,05 \cdot 10^6$ m/s mit einer Genauigkeit von 0,5%. Wie lautet die minimale Unsicherheit (gegeben durch die Heisenberg'sche Unschärferelation) einer gleichzeitigen Messung der Position des Elektrons auf der x-Achse.
- b) Nehmen sie an, dass die x -Position eines Teilchens mit Impuls p mit einer Genauigkeit von $\Delta x = \frac{\lambda_{DB}}{2\pi}$ bestimmt werden kann, wobei λ_{DB} die De-Broglie-Wellenlänge des Teilchens bezeichnet. Wie ist die Ungenauigkeit einer Messung der x -Komponente des Impuls Δp_x ? Würde eine Messung von $p_x = 0$ Sie überraschen? Wie verhält es sich mit Messergebnissen von $p_x = \frac{1}{2}p$, $2p$ oder $12p$?