



4. Übungsblatt

Gruppe A

Aufgabe 4.1: Photonen

a) Ein Photon besitzt

- ... eine Ruhemasse.
- ... keinen Spin.
- ... einen Impuls.

Markieren Sie die richtige Antwort.

b) Photonen ...

- ... können in ihrer Bewegungsrichtung nicht durch Gravitation beeinflusst werden.
- ... entsprechen klassischen Korpuskeln mit keinerlei Welleneigenschaften.
- ... können mit geladenen Elementarteilchen wechselwirken.

Markieren Sie die richtige Antwort.

Aufgabe 4.2: Licht als Teilchen

Nehmen Sie an, die Sonne strahle ihre gesamte Leistung nur bei einer Wellenlänge von 550 nm ab. Die mittlere Leistung, die auf die Erde einstrahlt, beträgt 1367 W/m^2 .

a) Mit welcher Rate strahlt die Sonne Photonen ab?

b) Schätzen Sie grob ab, wie viele Photonen des Sonnenlichts pro Sekunde Ihren Daumennagel erreichen, wenn Sie sich an einem klaren Tag im Freien befinden.

Aufgabe 4.3: Schwarzkörperstrahlung

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die mittlere Energie einer Resonatormode des schwarzen Körpers durch

$$\bar{W}_\nu(T) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp\left(-\frac{nh\nu}{k_B T}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{nh\nu}{k_B T}\right)}$$

gegeben ist. Zeigen Sie mit Hilfe von $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}$ und $ne^{-nx} = -\frac{d}{dx}e^{-nx}$, dass

$$\bar{W}_\nu(T) = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

gilt.

Aufgabe 4.4: Potentialbarriere

Betrachten Sie ein freies Teilchen mit Energie E , das sich in x -Richtung auf eine Potentialbarriere $V(x)$ zubewegt. Es gelte:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ V_0 & \text{für } x \geq 0. \end{cases}$$

Setzen Sie folgende Wellenfunktion für das freie Teilchen an:

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_l(x) = Ae^{ik_l x} + Be^{-ik_l x} & \text{für } x < 0 \\ \psi_r(x) = Ce^{ik_r x} + De^{-ik_r x} & \text{für } x \geq 0. \end{cases}$$

- a) Wie lauten die Wellenvektoren k_l und k_r für $E > V_0$ und $E < V_0$? Begründen Sie, dass sowohl für $E > V_0$ als auch für $E < V_0$ nur $D = 0$ physikalisch sinnvoll ist.
- b) Eine stetig differenzierbare Fortsetzung der Wellenfunktion bei $x = 0$ verlangt

$$\psi_l(0) = \psi_r(0) \quad \text{und} \quad \left. \frac{\partial \psi_l}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \psi_r}{\partial x} \right|_{x=0}$$

Welche Bedingungen ergeben sich daraus für A , B , C und D ?

- c) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ für $E < V_0$ und $D = 0$.
- d) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ für $E > V_0$ und $D = 0$.

Aufgabe 4.5: Tunneleffekt

Betrachten Sie ein freies Teilchen mit Energie E , das sich in x -Richtung auf eine Potentialbarriere mit endlicher Breite $2a$ mit $a > 0$:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -a \\ V_0 & \text{für } -a \leq x < a \\ 0 & \text{für } x \geq a \end{cases}$$

zubewegt und nehmen Sie für die Wellenfunktion an:

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_l(x) = Ae^{ik_l x} + Be^{-ik_l x} & \text{für } x < -a \\ \psi_m(x) = Ce^{ik_m x} + De^{-ik_m x} & \text{für } -a \leq x < a \\ \psi_r(x) = Fe^{ik_r x} & \text{für } x \geq a \end{cases}$$

- a) Für $E < V_0$: Welche Bedingungen erhalten Sie für A, B, C, D und F unter der Annahme von stetig differenzierbaren Fortsetzungen (siehe Aufgabe 4.4) bei $x = -a$ und $x = a$?
- b) Für $E < V_0$ ergibt sich der Transmissionskoeffizient $T = \frac{|F|^2}{|A|^2}$ zu

$$T = \left[1 + \frac{V_0^2 \sinh^2 \left[\frac{a}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)} \right]}{4E(V_0 - E)} \right]^{-1}.$$

Welcher Transmissionskoeffizient ergibt sich für ein Proton der Energie 400 keV, das sich auf eine 100 fm breite Potentialbarriere der Höhe 500 keV zubewegt. Welcher Transmissionskoeffizient ergibt sich für ein Elektron der gleichen Energie?