



5. Übungsblatt

Gruppe B

Aufgabe 5.1: Pauli-Prinzip

a) Elektronen sind Fermionen und daher

- ... können sie in einem Atom nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen.
- ... werden sie durch eine Vielteilchenwellenfunktion beschrieben, die unter Vertauschung symmetrisch ist.
- ... können sie in beliebiger Menge in ein Volumen bestimmter Größe gepackt werden.

Markieren Sie die richtige Antwort.

b) Photonen sind Bosonen und daher

- ... werden ihre Energiezustände nach der Fermi-Verteilung besetzt.
- ... werden sie durch eine Vielteilchenwellenfunktion beschrieben, die unter Vertauschung antisymmetrisch ist.
- ... können sie in beliebiger Menge in ein Volumen bestimmter Größe gepackt werden.

Markieren Sie die richtige Antwort.

Aufgabe 5.2: Thermische De-Broglie-Wellenlänge

Quantenmechanische Ununterscheidbarkeit wird im Allgemeinen relevant, wenn die de-Broglie-Wellenlänge des Teilchens größer als der Abstand zu anderen Teilchen ist. Betrachten Sie ein ideales Gas, für das die mittlere kinetische Energie der Teilchen durch

$$E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{3}{2}k_B T$$

gegeben ist.

- Wie lautet die De-Broglie-Wellenlänge für ein Teilchen mit dieser mittleren kinetischen Energie in Abhängigkeit von der Temperatur?
- Ein typischer Gitterabstand in einem Festkörper beträgt $d=0,3\text{ nm}$. Betrachten Sie Natrium mit einem (freien) Leitungselektron pro Atom. Unterhalb welcher Temperatur werden quantenmechanische Effekte für die Leitungselektronen relevant?
- Unterhalb welcher Temperatur ist dies für die Atomkerne der Natriumatome der Fall?

Aufgabe 5.3: Harmonischer Oszillator

Betrachten Sie einen quantenmechanischen harmonischen Oszillator mit dem Potential

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2x^2, \quad (1)$$

der Teilchenmasse m und der Eigenfrequenz ω_0 . Berechnen Sie den Wert α unter der Annahme, dass $\psi_1(x) = Ax \exp(-\alpha x^2)$ eine Lösung der Schrödingergleichung ist und bestimmen Sie den zugehörigen Energieeigenwert E_1 .

Aufgabe 5.4: Kastenpotential

Betrachten Sie eine Materiewelle der Energie E in einem unendlichen Kastenpotential

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{für } x \leq 0 \\ 0 & \text{für } x > 0 \text{ und } x < d \\ \infty & \text{für } x \geq d. \end{cases}$$

- a) Nehmen Sie $\psi(x) = A \sin(kx)$ als Ansatz für die Wellenfunktion innerhalb des Kastens und finden Sie einen Ausdruck für alle möglichen Werte von k und der zugehörigen Gesamtenergie.
- b) Zeigen Sie, dass für große n die relative Differenz der Energieniveaus im unendlichen Kastenpotential durch

$$\frac{E_{n+1} - E_n}{E_n} \approx \frac{2}{n} \quad (2)$$

gegeben ist. Wie deuten Sie dies im Vergleich zur klassischen Physik?