

Klausurarbeit Physik
(Mechanik / Thermodynamik)
Modul NTG-2
für den Studiengang Wirtschaftsingenieurwesen (Ba)
22.07.2009

Bitte beachten Sie unbedingt folgende Hinweise und Regeln:

- 1) Die Prüfungszeit beträgt 90 Minuten (effektive Arbeitszeit).
- 2) Erlaubte Hilfsmittel sind: 1 A4-Formelblatt (beliebig auf Vorder- und Rückseite beschrieben), Taschenrechner
- 3) Die Lösung muss für jede Aufgabe auf einem gesonderten Blatt erfolgen.
- 4) Nach Beendigung der Prüfung ist der Lösungssatz den Aufsichtsführenden persönlich zu übergeben.

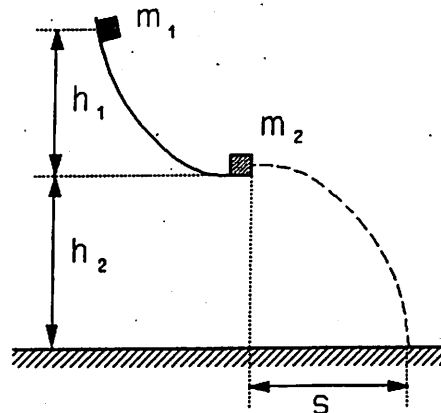
Aufgaben:

1. Ein Körper gleitet aus der Höhe h_1 reibungsfrei auf einer Schiene herab und stößt mit einem zweiten Körper, der in der Höhe h_2 ruht, vollkommen unelastisch zusammen. Beider Körper verlassen gemeinsam die Schiene in horizontaler Richtung und treffen im Abstand s vom Schienenende auf den Boden auf.

Wie groß ist das Massenverhältnis m_1/m_2 der beiden Körper ?

Gegeben: $h_1 = 53 \text{ cm}$
 $h_2 = 82 \text{ cm}$
 $s = 35 \text{ cm}$

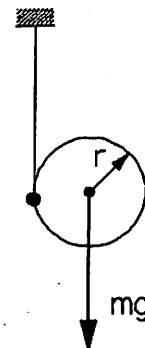
(6 Punkte)



2. Auf einen Vollzylinder (gegeben: Radius r , Masse m) mit waagrecht liegender Achse ist ein Faden aufgewickelt.

- a) Mit welcher Beschleunigung a fällt der Zylinder, wenn der Faden dabei abgespult wird?
- b) Welche Kraft F_S wird dabei durch den Faden übertragen?

(6 Punkte)



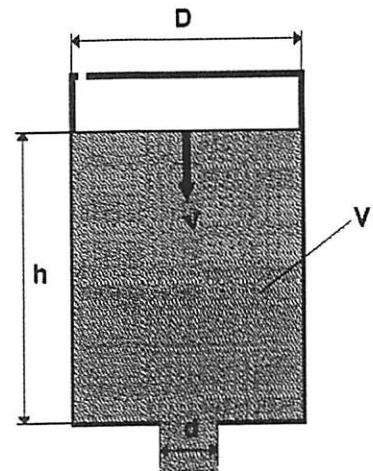
Bitte wenden!

3. Eine als Zylinder betrachtete Bierdose mit $V = 0.5 \text{ l}$ ist vollständig gefüllt. Der Innendurchmesser der Dose beträgt $D = 65 \text{ mm}$, der Durchmesser der als Kreis angenommenen Ausflussöffnung ist $d = 18 \text{ mm}$.

Gesucht ist die Geschwindigkeit v , mit der das Flüssigkeitsniveau in der Dose (Ausflussöffnung unten, siehe Skizze) abnimmt. Berechnen Sie dazu die Abhängigkeit der Größe v von der Höhe *dies* Flüssigkeitsniveaus h und stellen Sie die Funktion $v(h)$ grafisch dar!

Annahme: Oberhalb der Flüssigkeit herrscht in der Dose jederzeit der äußere Luftdruck.

(6 Punkte, Beachte: Zusatzaufgabe unten)



4. Ein vollständig leerer Fahrradreifen, der das Volumen V zu fassen vermag, wird aufgepumpt. Die Wärme, die die Luft bei der Kompression an die Umgebung abgibt, soll vernachlässigbar gering sein. In der Umgebung herrschen die Temperatur ϑ_1 und der Druck p_1 . Unmittelbar nach dem Aufpumpen wird im Reifen der Überdruck Δp erreicht.

- a) Welche Temperatur ϑ_2 erreicht die Luft im Reifen?
 b) Wie groß ist die Massenzunahme Δm des Fahrrades beim Aufpumpen?

Gegeben: $p_1 = 1019 \text{ hPa}$, $\Delta p = 1033 \text{ hPa}$, $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$, $V = 3,50 \text{ l}$.
 Parameter für Luft: $M_r = 29$, $\kappa = 1,40$ (Adiabatexponent)

(6 Punkte)

Zusatzaufgabe: zu 3.

In welcher Zeit fließt das gesamte Bier aus der Dose?

(3 Zusatzpunkte)

Klausurarbeit Physik 22.07.09

- Musterlösung -

ohne Reibung

Aufgabe 1:

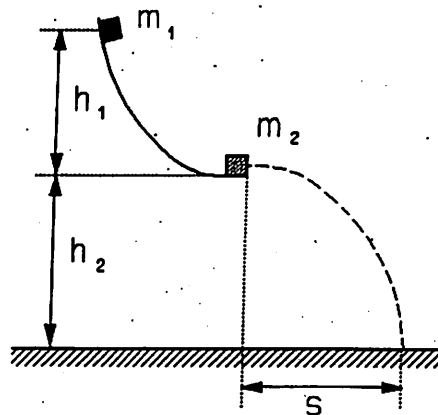
Dynamik / Stoß / Bewegung in der Ebene

1. Ein Körper gleitet aus der Höhe h_1 reibungsfrei auf einer Schiene herab und stößt mit einem zweiten Körper, der in der Höhe h_2 ruht, vollkommen unelastisch zusammen. Beider Körper verlassen gemeinsam die Schiene in horizontaler Richtung und treffen im Abstand s vom Schienenende auf den Boden auf.

Wie groß ist das Massenverhältnis m_1/m_2 der beiden Körper?

Gegeben: $h_1 = 53 \text{ cm}$
 $h_2 = 82 \text{ cm}$
 $s = 35 \text{ cm}$

(6 Punkte)



- 1) Energiesatz \Rightarrow Berechnung der Geschwindigkeit v_2 der Masse m_1 nach dem Herabgleiten

$$m_1 g h_1 + 0 = 0 + \frac{m_1}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1}$$

- 2) unelastischen Stoß (Impulssatz) \Rightarrow Berechnung der gemeinsamen Geschwindigkeit v' beider Massen

$$m_1 v_2 + 0 = (m_1 + m_2) v'$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1}$$

- 3) Bewegung in der Ebene:

- horizontale Bewegung während der Fallzeit t_0 :

$$s = v' t_0 \quad (*)$$

- vertikale Bewegung während der Fallzeit t_0 :

$$h_2 = \frac{g}{2} t_0^2 \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

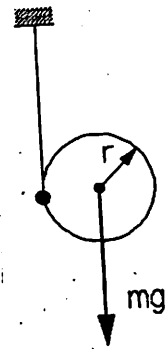
$$\Rightarrow \text{Einsetzen in } (*): s = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh_1} \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{2\sqrt{h_1 h_2}}{s} - 1 = 2,77$$

Aufgabe 2: Rotation / Zwangskräfte

2. Auf einen Vollzylinder (gegeben: Radius r , Masse m) mit waagrecht liegender Achse ist ein Faden aufgewickelt.

- a) Mit welcher Beschleunigung a fällt der Zylinder, wenn der Faden dabei abgespult wird?
 b) Welche Kraft F_s wird dabei durch den Faden übertragen?
 (6 Punkte)



- a) Bewegungsgleichung für Rotation um momentane Drehachse A:

$$M_A = J_A \alpha \quad \checkmark$$

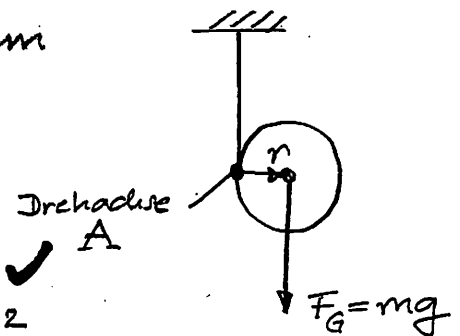
mit Drehmoment $M_A = F_G r = mgr \quad \checkmark$

Trägheitsmoment $J_A = J_S + mr^2$
 (STEINER)

$$= \frac{1}{2} mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2} mr^2 \quad \checkmark$$

⇒ Translationsbeschleunigung:

$$a = \alpha \cdot r = \frac{M_A r}{J_A} = \frac{mgr \cancel{r}}{\frac{3}{2} mr^2} = \frac{2}{3} g \quad \checkmark$$

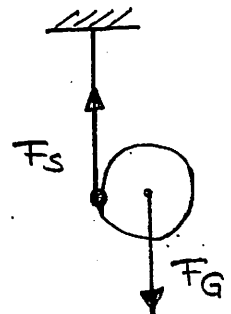


- b) Bewegungsgleichung für die Translation des Schwerpunktes

$$F_G - F_s = ma \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow F_s = F_G - ma = m(g - a)$$

$$\Rightarrow F_s = \frac{1}{3} mg \quad \checkmark$$



Aufgabe 3: Hydrodynamik

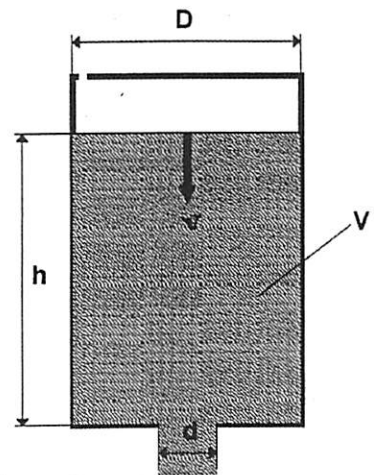
+ Zusatzaufgabe

3. Eine als Zylinder betrachtete Bierdose mit $V = 0.5 \text{ l}$ ist vollständig gefüllt. Der Innendurchmesser der Dose beträgt $D = 65 \text{ mm}$, der Durchmesser der als Kreis angenommenen Ausflussöffnung ist $d = 18 \text{ mm}$.

Gesucht ist die Geschwindigkeit v , mit der das Flüssigkeitsniveau in der Dose (Ausflussöffnung unten, siehe Skizze) abnimmt. Berechnen Sie dazu die Abhängigkeit der Größe v von der Höhe **des** Flüssigkeitsniveaus h und stellen Sie die Funktion $v(h)$ grafisch dar!

Annahme: Oberhalb der Flüssigkeit herrscht in der Dose jederzeit der äußere Luftdruck.

(6 Punkte, Beachte: Zusatzaufgabe unten)



Zusatzaufgabe: zu 3.

In welcher Zeit fließt das gesamte Bier aus der Dose?

(3 Zusatzpunkte)

Berechnung der Ausflussgeschwindigkeit v' mittels der Kontinuitätsgleichung

$$A v = A' v' \Rightarrow \frac{\pi}{4} D^2 \cdot v = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot v'$$

$$\Rightarrow v' = \frac{D^2}{d^2} v \quad (0)$$

Druckbilanz an der Flüssigkeitsoberfläche und der Ausflussöffnung (BERNOULLI-Gleichung):

$$p_{\text{oben}} = p_{\text{ausfluss}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h + p_{\text{luft}} = \frac{\rho}{2} v'^2 + 0 + p_{\text{luft}}$$

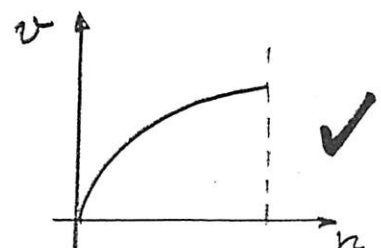
Einsetzen von (0)

$$\frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h = \frac{\rho}{2} \cdot \frac{D^4}{d^4} v^2$$

Lösen der quadratischen Gleichung

$$v^2 \left(\frac{D^4}{d^4} - 1 \right) = 2 g h$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 g h \cdot d^4}{D^4 - d^4}} \sim \sqrt{h}$$



Aufgabe 4: Zustandsänderungen des idealen Gases

4. Ein vollständig leerer Fahrradreifen, der das Volumen V zu fassen vermag, wird aufgepumpt. Die Wärme, die die Luft bei der Kompression an die Umgebung abgibt, soll vernachlässigbar gering sein. In der Umgebung herrschen die Temperatur ϑ_1 und der Druck p_1 . Unmittelbar nach dem Aufpumpen wird im Reifen der Überdruck Δp erreicht.

- a) Welche Temperatur ϑ_2 erreicht die Luft im Reifen?
 b) Wie groß ist die Massenzunahme Δm des Fahrrades beim Aufpumpen?

Gegeben: $p_1 = 1019 \text{ hPa}$, $\Delta p = 1033 \text{ hPa}$, $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$, $V = 3,50 \text{ l}$.
 Parameter für Luft: $M_r = 29$, $\kappa = 1,40$ (Adiabatexponent)

(6 Punkte)

- a) Kein Wärmeaustausch mit der Umgebung
 \Rightarrow adiabatische Zustandsänderung mit ✓

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (\text{I})$$

Ersetzen von V mit der thermischen Zustandsgleichung

$$pV = mR'T \Rightarrow V = \frac{mR'T}{p}$$

$$\text{Einsetzen in (I)} \Rightarrow p \left(\frac{T}{p} \right)^\kappa = \frac{T^\kappa}{p^{\kappa-1}} = \text{const.} \quad \checkmark$$

Damit:

$$T_2 p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{const.} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{mit } p_2 = p_1 + \Delta p \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow (\vartheta_2 + 273 \text{ K}) = (\vartheta_1 + 273 \text{ K}) \left(\frac{p_1 + \Delta p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\Rightarrow \vartheta_2 = (\vartheta_1 + 273 \text{ K}) \cdot \left(\frac{p_1 + \Delta p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 273 \text{ K}$$

$$\underline{\vartheta_2 = 85^\circ \text{ C}} \quad \checkmark$$

- b) Bestimmung der zugegebenen Luftmasse mit der thermischen Zustandsgleichung:

$$\Delta m = \frac{p_2 V_2}{R'T_2} = \frac{(p_1 + \Delta p) V}{R'T_2} = 7,0 \text{ g}$$

oft über Buch V gelöst! ✓

Zusatzaufgabe:

Geschwindigkeit der Abnahme des Flüssigkeitsspiegels v ist höhenabhängig

$$v = -\frac{dh}{dt} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow dt = -\frac{1}{v} dh$$

$$\Rightarrow t_0 = -\int_{h_0}^0 \frac{1}{v} dh = -\sqrt{\frac{D^4 - d^4}{2gd^4}} \int_{h_0}^0 \frac{1}{\sqrt{h}} dh$$

$$\Rightarrow t_0 = -\sqrt{\frac{D^4 - d^4}{2gd^4}} \cdot 2\sqrt{h} \Big|_{h_0}^0$$

$$\Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2(D^4 - d^4) \cdot h_0}{gd^4}} \quad (\square) \quad \checkmark$$

Berechnung der Dosenhöhe h_0 über das Dosenvolumen

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot h_0 \Rightarrow h_0 = \frac{4V}{\pi D^2}$$

Einsetzen in (\square) :

$$\Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{8V(D^4 - d^4)}{\pi g d^4 D^2}} = 35s \quad \checkmark$$