

Gymnasium Klotzsche
Karl-Marx-Str. 44
01109 Dresden

Besondere Lernleistung

von Florian Knittel

Bestimmung der Masse und Bindungsenergie des Eisenisotops ^{56}Fe am ISOLTRAP-Experiment (CERN)

Fach: Physik

Kurs: 12 MA1

Begleitende Lehrerin: Sylvia Liebscher

Außerschulischer Betreuer: Dipl.-Phys. André Welker (TU Dresden)

Abgabetermin: 19.01.2015

Auflage: 2. Auflage

Exposé

Ein wichtiger Schritt um die physikalischen Eigenschaften verschiedener Systeme nutzen zu können, ist ihre Herkunft und ihr Zusammenwirken zu verstehen.

So beschäftigt sich beispielsweise die Halbleiterphysik mit den Eigenschaften von Halbleitern, die im letzten Jahrhundert eine technische Revolution mit zahlreichen Neuerungen, wie z.B. der Computertechnik, auslösten. Diese technische Nutzung wurde erst möglich, nachdem man herausfand, wie die besonderen Eigenschaften der Halbleiter durch das Verhalten von Elektronen in der Atomhülle zustande kommen.

Das Verhalten der Bausteine im Kern des Atoms hingegen, ist bei weitem noch nicht so gut verstanden, obwohl dieser ebenfalls eine zunehmende Rolle in der modernen Technik spielt. Seit der Entdeckung des Atomkerns 1910 durch Ernest Rutherford und der damit verbundenen Entstehung der Kernphysik, ist der Atomkern immer mehr in den Fokus der modernen Physik gerückt. Viele seiner Eigenschaften, wie z. B. die Radioaktivität und die Kernenergie, finden zunehmend Verwendung in Medizin und Technik, weshalb es umso wichtiger ist, eine einheitliche Theorie zu Aufbau und Funktionsweise des Atomkerns zu finden, da bis jetzt noch kein Modell zur vollständigen Beschreibung aller Kerneigenschaften aufgestellt werden konnte.

Um eine solche Theorie aufstellen zu können, muss man sich zunächst mit den Eigenschaften der Atomkerne beschäftigen. Eine der wichtigsten Kerneigenschaften ist die Masse, da sie eng mit der Kernenergie in Verbindung steht und in vielen noch nicht vollständig verstandenen Prozessen in der Natur, wie z. B. Supernovae, eine entscheidende Rolle spielt. Sie ist außerdem ein Parameter, an dem viele Kernmodelle - und selbst das Standardmodell der Teilchenphysik - getestet und weiterentwickelt werden können.

Aus diesem Grund führt man am ISOLTRAP-Experiment am CERN Massenspektroskopie von unterschiedlichsten Atomen durch und hofft so zum Verständnis des Atomkerns beizutragen.

Anmerkung zur korrigierten 2. Auflage

Nach der Abgabe der Arbeit bei meiner begleitenden Lehrerin fiel mir durch Zufall auf, dass sich in den Paarungsterm der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel ein kleiner Vorzeichenfehler eingeschlichen hatte. Dieser führte dem entsprechend dazu, dass die theoretisch berechneten Werte für die Atommasse bzw. die Bindungsenergie von ^{56}Fe nicht exakt sind. Nach einer Korrektur der Berechnung zeigte sich, dass die BETHE-WEIZSÄCKER-Formel sogar noch um ein fünftel näher am experimentell ermittelten Wert liegt als in der vorherigen Version der Arbeit, weshalb ich beschloss eine korrigierte Version anzufertigen. So betrug der relative Fehler der errechneten Bindungsenergie zunächst 20,85%, während er sich mit der richtigen BETHE-WEIZSÄCKER-Formel auf 3,26% verringert.

Inhaltsverzeichnis

Exposé.....	2
Anmerkung zur korrigierten 2. Auflage.....	3
1 Naturkonstanten.....	6
1.1 Konstanten der Bethe-Weizsäcker-Formel.....	6
2 Formelzeichen.....	7
3 Forschungsmotivation und -gegenstand.....	8
4 Theoretische Grundlagen.....	8
4.1 Teilchen und Kräfte im Kern.....	8
4.2 Modelle für den Atomkernaufbau.....	10
4.2.1 Tröpfchenmodell.....	10
4.2.2 Schalenmodell.....	11
4.3 Stabilität des Atomkerns.....	13
4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen.....	15
4.4.1 Berechnung der Atommasse von ^{56}Fe nach dem Tröpfchenmodell.....	18
4.5 Massenspektroskopie.....	18
4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle.....	20
4.5.2 Vergleich zwischen Penning-Falle und Sektorfeldmassenfilter.....	23
5 Versuchsaufbau am ISOLTRAP-Experiment.....	24
5.1 Übersicht.....	24
5.2 Ionenquelle.....	25
5.3 Sektorfeldmassenfilterung.....	25
5.4 RFQ-Cooler und -Buncher.....	26
5.5 Präparationsfalle.....	27
5.6 Präzisionsfalle.....	30
6 Experimentelles Vorgehen bei der Massenbestimmung von Eisen-56.....	31
7 Auswertung der Messdaten am Beispiel der 2. Messung.....	32
7.1 Auswertung der Rohdaten mit Hilfe eines Evaluierungsprogramms.....	32
7.2 Berechnung der Atommasse aus der Zyklotronfrequenz.....	35
7.3 Berechnung des Frequenzverhältnisses am Beispiel der 1. Messung.....	36
8 Ergebnis.....	38
9 Fehlerbetrachtung.....	39

9.1 Systematische Fehler.....	39
9.2 Zufällige Fehler.....	40
9.3 Vergleich der theoretischen Werte der Atommasse mit den experimentell ermittelten Werten.....	41
9.4 Berechnung des experimentellen Fehlers des Frequenzverhältnisses am Beispiel der 1. Messung.....	42
9.5 Berechnung des Fehlers des Ergebnisses.....	43
10 Zusammenfassung.....	45
11 Danksagung.....	46
12 Literaturverzeichnis.....	47
13 Abbildungsverzeichnis.....	48

1 Naturkonstanten

(entnommen aus AME 2012)

Atomare Masseneinheit:

$$u = 1660538,921 (\pm 0,073) \cdot 10^{-33} \text{ kg} = 931,4940023 (\pm 0,0000007) \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Elektronenmasse:

$$m_e = 548,57990946 (\pm 0,00000022) \mu u$$

Neutronenmasse:

$$m_n = 1008664,9158 (\pm 0,0005) \mu u$$

Protonenmasse:

$$m_p = 1007276,46692 (\pm 0,00009) \mu u$$

1.1 Konstanten der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel

(entnommen aus „Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik“)

Konstante der Volumenenergie:

$$\alpha_v = 15,5832 \text{ MeV}$$

Konstante der Oberflächenenergie:

$$\alpha_F = 16,91 \text{ MeV}$$

Konstante der Coulombenergie:

$$\alpha_C = 0,71 \text{ MeV}$$

Konstante der Symmetrieenergie:

$$\alpha_S = 23,21 \text{ MeV}$$

Konstante der Paarungsenergie:

$$\alpha_p = 11,46 \text{ MeV}$$

2 Formelzeichen

Physikalische Größe	Formelzeichen
Absoluter Fehler einer Größe x	Δx
Elementarladung	e
Energie	E
Frequenz	f
Frequenzverhältnis	r
Geschwindigkeit	v
Halbwertszeit	$T_{1/2}$
Kernspin	I
Kraft	F
Ladung	q
Magnetische Flussdichte	B
Magnetisches Moment	μ
Masse	m
Masse-Ladungs-Verhältnis	m/q
Massenauflösung	R
Massendefekt	M
Massendifferenz bei der Massenauflösung	dm
Massenzahl	A
Neutronenzahl	N
Protonenzahl/Ordnungszahl	Z
Quadrupolmoment	Q
Radius	ρ, r
Volumen	V

3 Forschungsmotivation und -gegenstand

Eisen-56 (^{56}Fe) wird manchmal auch als „Kryptonit der Sterne“ bezeichnet, da es effektiv das schwerste Nuklid ist, welches in der Sternenfusionskette erzeugt werden kann. Sobald sich Eisen im Kern eines Sterns ansammelt, ebbt dessen Fusion langsam ab und er wird instabil, da weniger Fusionsenergie in Form von Strahlung frei wird, womit der Strahlungsdruck langsam abnimmt. Dadurch steht dem nach innen gerichteten Gravitationsdruck nichts mehr entgegen und der Stern kollabiert schließlich unter seiner eigenen Schwerkraft, wodurch eine Supernova genannte Sternexplosion zu Stande kommt (siehe 4.3 Stabilität des Atomkerns).

Dieser Prozess ist noch nicht vollständig verstanden, obwohl er der Schlüssel zur Entstehung von Elementen mit größerer Ordnungszahl als Eisen ist. Eisen-56 ist zudem eines der stabilsten Nuklide und somit interessant für Kernmodelle die versuchen zu erklären, wie hohe Bindungsenergien in Atomkernen zustande kommen.

In dieser Arbeit soll deshalb eine experimentelle Überprüfung der bereits aus anderen Experimenten bekannten Masse und Bindungsenergie von ^{56}Fe , sowie ein Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen des Tröpfchenkernmodells erfolgen.

Für den Vergleich mit anderen Experimenten wird dazu der internationale Atommassenkatalog der „Atomic Mass Evaluation 2012“ (AME) herangezogen.

4 Theoretische Grundlagen

4.1 Teilchen und Kräfte im Kern

Da der Atomkern mehr als 99% der Masse eines Atoms ausmacht, kann eine Messung der Atommasse eines Nuklids mit der Messung der Atomkernmasse gleichgesetzt werden. Die Kernmasse kann deshalb einfach aus der Atommasse errechnet werden, indem die Masse der Elektronen in der Atomhülle von der Atommasse abgezogen wird (siehe 4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen). Obwohl in dieser Arbeit die Atommasse von ^{56}Fe ermittelt werden soll, kann daraus demnach ebenfalls Rückschluss auf den Atomkern gezogen werden.

Teilchen

Der Atomkern besteht aus Nukleonen (lat. Nucleus = Kern), die sich in 1e positiv geladene Protonen und elektrisch neutrale Neutronen aufteilen. Die Nukleonen zählen zu den Baryonen, also Teilchen, die aus drei elementaren Quarks aufgebaut sind. Protonen und Neutronen sind ausschließlich aus Quarks der ersten Familie, d. h. aus zu $2/3e$ positiv geladenen Up- und zu $1/3e$ negativ geladenen Down-Quarks aufgebaut. Das Proton besteht aus zwei Up- und einem Down- und das Neutron aus einem Up- und zwei Down-Quarks, wodurch die für die Nukleonen typischen Ladungen entstehen [Abbildung 1].

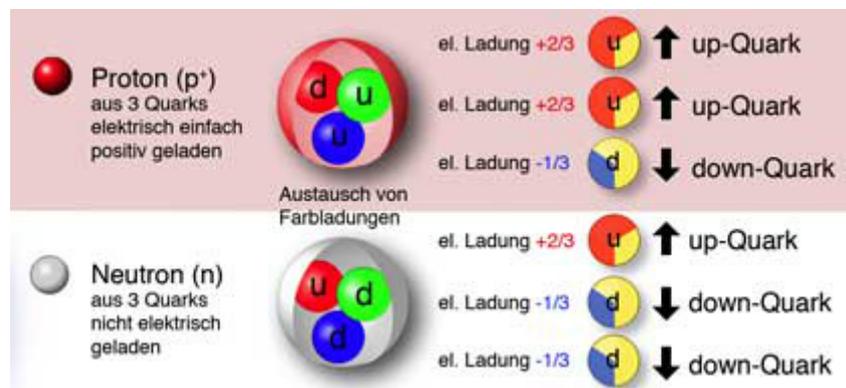


Abbildung 1: Aufbau und Eigenschaften von Proton und Neutron

Kräfte

Alle Quarks haben eine Farbladung und wechselwirken über die, von Gluonen übertragene, starke Kernkraft bzw. starke Wechselwirkung, die dafür sorgt, dass Quarks immer nur gebunden in Zweier- bzw. Dreiersystemen auftreten und jedes dieser Systeme die neutrale Farbladung weiß hat. Die Restwirkung dieser starken Wechselwirkung sorgt dafür, dass auch die farblich neutral geladenen Nukleonen im Atomkern einander anziehen, indem Pionen, d. h. Paare aus Quarks und Antiquarks der ersten Familie, zwischen den Nukleonen ausgetauscht werden. Da diese Restwechselwirkung nur auf Größenskalen von bis zu 2,5 fm stattfinden kann, wechselwirken im Atomkern nur benachbarte Nukleonen stark miteinander.

Zwischen den positiv geladenen Protonen wirkt zusätzlich noch die abstoßende Coulombkraft, die auf die elektromagnetische Wechselwirkung zurückzuführen ist. Sie ist bei Ladungsabständen von unter 2,5 fm deutlich schwächer als die starke Kernkraft, spielt aber für die Stabilität von Atomkernen mit großer Protonenzahl eine entscheidende Rolle, da sie – im Gegensatz zur starken Wechselwirkung – nicht nur

zwischen benachbarten Teilchen, sondern zwischen allen Protonen des Atomkerns wirkt.

4.2 Modelle für den Atomkernaufbau

Für die Erklärung der Eigenschaften des Atomkerns wurden im Laufe der Zeit verschiedene Modelle seines Aufbaus entwickelt. Wie bereits erwähnt, ist es bisher noch mit keinem Modell gelungen, alle Vorgänge im Atomkern exakt und einheitlich zu beschreiben. Vielmehr müssen für die Erklärung verschiedener Mechanismen, verschiedene Modelle herangezogen werden. Dafür ist vor allem die Komplexität der starken Wechselwirkung und die Dezentralität der Kräfte im Atomkern, also das Fehlen eines punktförmigen Ladungszentrums der starken Kraft bzw. der Coulombkraft, verantwortlich. An dieser Stelle soll nun eine Auswahl der fundamentalsten Modelle vorgestellt werden, die zur Ermittlung der Kernmasse herangezogen werden können.

4.2.1 Tröpfchenmodell

In diesem ab 1930 von George Gamow, Hans Bethe und Carl Friedrich von Weizsäcker entwickelten Modell werden die Nukleonen im Atomkern mit den Teilchen eines Flüssigkeitstropfens verglichen. Demnach ist der Atomkern ein kugelförmiges, reibungsloses Gebilde mit homogener Dichte, in dem die Nukleonen gleichmäßig verteilt sind. Mit Hilfe dieses Modells lassen sich viele Eigenschaften des Atomkerns, wie z. B. die Kernspaltung, erklären. Auch bietet es eine erste Möglichkeit die Bindungsenergie des Kerns, die wichtig für die Massenbestimmung von Atomkernen ist, zu berechnen (siehe 4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen).

Unterstützt wird dieses Modell u. a. durch den Umstand, dass das Volumen eines Atomkerns ungefähr proportional zu seiner Massenzahl ist, woraus sich für alle Kerne eine ähnliche Dichte von ca. $2 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3$ ergibt.

Nach dem Tröpfchenmodell hängt die Bindungsenergie eines Kerns im Wesentlichen von fünf Faktoren ab:

Kernvolumen und –oberfläche, Protonenzahl, Proton-Neutron-Symmetrie und Neutronen- bzw. Protonenparität [Abbildung 2].

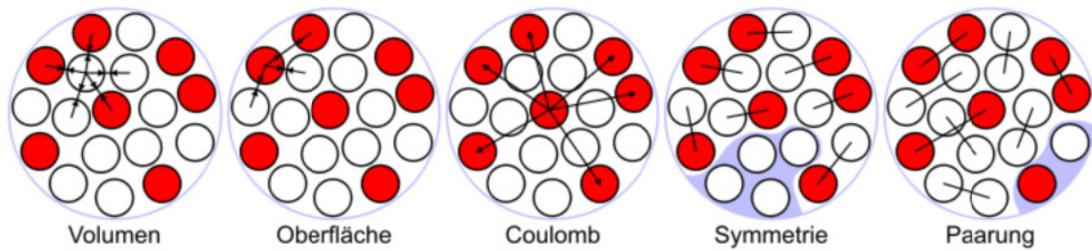


Abbildung 2: Veranschaulichung der Anteile der Bindungsenergie nach dem Tröpfchenmodell

Je größer das Volumen des Kerns ist, desto mehr Teilchen können durch ihre starke Wechselwirkung miteinander zur Gesamtbindungsenergie des Kerns beitragen, weshalb dieser Teil der Bindungsenergie auch Volumenenergie genannt wird. Dabei ist zu beachten, dass Teilchen an der Oberfläche des Kerns eine geringere Bindung haben als Teilchen im Inneren des Kerns, da die starke Kernkraft nur zwischen benachbarten Nucleonen wirkt und Nucleonen an der Oberfläche weniger Nachbarn haben als Nucleonen in der Kernmitte.

Mit steigender Protonenzahl nimmt auch die Stärke der von der Ladungsgröße abhängigen, abstoßenden Coulombkraft zu, die die Bindungsenergie verringert.

Weder die höhere Bindungsenergie von Kernen mit gleicher Neutronen- und Protonenzahl $N = Z$, noch die höhere Bindungsenergie von geraden Protonen- bzw. Neutronenzahlen gegenüber ungeraden ließen sich mit dem Tröpfchenmodell erklären, waren aber bereits zu dessen Entstehungszeit empirisch belegt worden.

Alle oben genannten Faktoren werden in der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel zur Bestimmung der Bindungsenergie eines beliebigen Kerns anhand seiner Protonen- und Neutronenzahl zusammengefasst (siehe 4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen).

4.2.2 Schalenmodell

Dieses Modell beschreibt den Atomkern quantenmechanisch, ähnlich wie das Schalenmodell die Atomhülle. Dem Modell zufolge ist der Kern aus unterschiedlichen Energieniveaus aufgebaut, auf denen jeweils eine bestimmte Anzahl von Nucleonen einer Sorte Platz hat. Die Protonenenergieniveaus liegen jedoch durch die abstoßende Coulombkraft stets etwas höher als die Neutronenniveaus gleicher Ordnung.

Dieses Modell liefert beispielsweise eine Erklärung für den sprunghaften Anstieg der Bindungsenergie zwischen manchen Atomkernen, die sich nur durch ein Nukleon unterscheiden, der sich mit dem Tröpfchenmodell nicht erklären lässt. Im Rahmen des Schalenmodells wird ein solcher Anstieg mit der Vollbesetzung des obersten besetzten Energieniveaus begründet, was zu einem stabileren Zustand mit einer höheren Bindungsenergie führt. Dieser Anstieg der Bindungsenergie ist besonders bei Kernen mit geringer Nukleonenzahl entscheidend, da sie nur eine geringere Volumenenergie haben und so andere Faktoren der Bindungsenergie eine größere Rolle spielen, wie z. B. bei Helium-3 und Helium-4, welches eine deutlich höhere Bindungsenergie hat. Solche Neutronen- bzw. Protonenzahlen, die vollbesetzte Schalen ergeben, werden auch als „magische Zahlen“ bezeichnet.

Auch die verringerte Bindungsenergie durch die Proton-Neutron-Asymmetrie lässt sich mit diesem Modell erklären. Wenn viele Nukleonen einer Sorte vorhanden sind, müssen die hochenergetischen Schalen dieser Sorte besetzt werden, auch wenn bei der anderen Nukleonensorte niedrigere Energieniveaus unbesetzt sind, wodurch ein instabiler Zustand mit geringer Bindungsenergie entsteht. Auf Grund dessen finden Nukleonenumwandlungen, wie z.B. der Beta-Zerfall, statt, wodurch diese energieärmeren Zustände besetzt werden können.

In einer erweiterten Version des Schalenmodells lässt sich auch der Einfluss der Neutronen- bzw. Protonenparität auf die Bindungsenergie erklären, indem die Zweikörperwechselwirkungen zwischen zwei Nukleonen berücksichtigt werden. Die Spinquantenzahl ist eine wichtige Eigenschaft eines jeden quantenphysikalischen Körpers. Normalerweise haben Neutronen und Protonen einen Spin von plus bzw. minus $\frac{1}{2}$, aber im Atomkern schließen sich Neutronen- bzw. Protonenpaare zusammen um einen Spin von 0 zu erhalten, wodurch sie stärker gebunden sind und die Bindungsenergie des Kerns steigt. Liegt eine ungerade Protonen- bzw. Neutronenzahl vor, so findet eines der Nukleonen jeweils keinen „Partner“ und die Bindungsenergie sinkt.

Aus diesem Prozess ergibt sich für den Kern ein Gesamtspin, Kernspin I genannt, der bei Kernen mit gerader Neutronen- und Protonenzahl $I=0$ und bei anderen Kernen I größer bzw. kleiner als 0 ist. Dieser Kernspin kann vereinfacht als Drehimpuls des

Kerns um seine eigene Achse verstanden werden.

Durch diesen Drehimpuls ergibt sich für jeden Kern zudem ein sogenanntes magnetisches Moment μ , welches dafür sorgt, dass sich die Drehachse des Kerns in einem Magnetfeld annähernd parallel bzw. antiparallel zu den Feldlinien ausrichtet (siehe 5.6 Präzisionsfalle).

4.3 Stabilität des Atomkerns

Die Stabilität eines Atomkerns hängt von der, bei der Entstehung des Kerns frei werdenden, Bindungsenergie ab. Bei dieser Kernbildung verringert sich die Ruheenergie des Kerns, also die Gesamtenergie der Bestandteile des Kerns, wenn er sich in Ruhe bzw. im niedrigsten Energiezustand befindet. Je größer die Bindungsenergie, desto mehr Energie muss aufgewendet werden, um die Kernkomponenten wieder auseinanderzureißen und desto stabiler ist der Kern. Stabile Kerne sind also Kerne mit einer geringen Ruheenergie, die viel Energie bei ihrer Entstehung abgegeben haben. Da für die Stabilität eines Kerns vor allem wichtig ist, wie sehr die einzelnen Nukleonen aneinander gebunden sind, wird allerdings nicht die Gesamtbindungsenergie des Kerns sondern die mittlere Bindungsenergie jedes Nukleons betrachtet, indem die Gesamtbindungsenergie durch die Massenzahl geteilt wird. Eine Betrachtung der Bindungsenergie nach dem Tröpfchenmodell (siehe 4.2.1 Tröpfchenmodell) liefert einen Überblick über die wichtigsten Einflüsse auf die Bindungsenergie bzw. Kernstabilität, wobei natürlich auch Faktoren wie die „magischen Zahlen“ des Schalenmodells für die Bindungsenergie eine Rolle spielen.

Da leichtere Kerne aufgrund ihrer zunehmenden Oberfläche und schwerere Kerne aufgrund ihrer zunehmenden Protonenzahl durch sinkende Bindungsenergie pro Nukleon zunehmend instabiler werden, muss es zwischen den beiden Extremen ein Maximum der Bindungsenergie - und damit einen stabilsten Kern - geben, bei dem weder die Oberfläche zu klein, noch die Protonenzahl zu groß ist. Dieser Kern mit der maximalen Bindungsenergie pro Nukleon muss zudem nach dem Symmetrieprinzip ein Kern sein, der eine annähernd gleiche Protonen- und Neutronenzahl hat.

Diese Tatsache zeigt sich, wenn die Bindungsenergie pro Nukleon von Kernen mit symmetrischer Protonen- und Neutronenzahlen in Abhängigkeit von der Massenzahl A in ein Diagramm eingetragen wird [Abbildung 3].

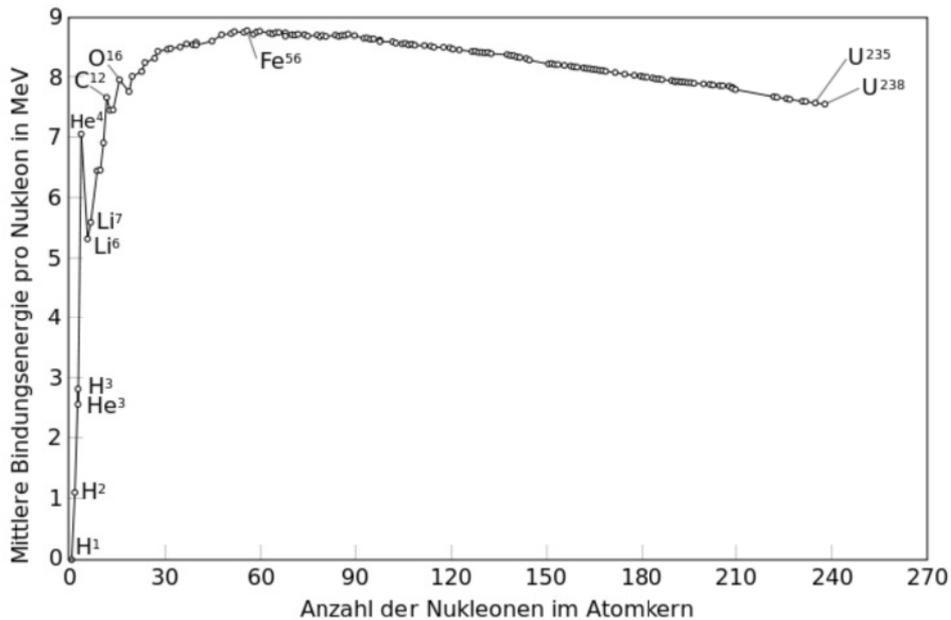


Abbildung 3: Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit der Massenzahl für ausgewählte Nuklide

Das Stabilitäts- bzw. Bindungsenergiemaximum befindet sich im Bereich von Eisen, Chrom und Nickel bei Nukleonenzahlen von 52 bis 62. Vor allem Nickel-62, Eisen-56 und Eisen-58 haben eine sehr hohe Bindungsenergie von ca. 8,8 MeV pro Nukleon.

Diese Kerne gelten als diejenigen mit der geringsten Ruheenergie. Da alle Systeme im Universum den stabilsten, energieärmsten Zustand anstreben, werden alle Atomkerne mit der Zeit unter Energiefreisetzung zu Eisen bzw. Nickel. Dabei verschmelzen masseärmere Kerne durch Fusion, während sich massereichere Kerne durch Kernspaltung aufspalten. Kerne können sich zudem noch unter Aussendung radioaktiver Strahlung in leichtere bzw. gleich schwere, stabilere Kerne umwandeln.

Es soll an dieser Stelle aber nicht unerwähnt bleiben, dass auf Grund der oben erwähnten Effekte alle Fusionsketten, d. h. alle Abfolgen von Fusionen von denen die Reaktionsprodukte als Edukte für die nächste Fusionsstufe dienen, in Sternen bei Eisen-56 enden müssen, es sei denn es ist noch Tritium vorhanden (siehe 8 Ergebnis). In diesem Sinne dürften im Universum keine Elemente mit einer größeren Ordnungszahl als Eisen auftreten, da am Anfang nur Wasserstoff vorhanden war und für das

Fusionieren jenseits von Eisen Energie benötigt wird anstatt frei zu werden. Deshalb entstehen diese Elemente nur bei Supernovae, also Sternexplosionen am Ende des Lebens eines sehr massereichen Sterns, bei denen gewaltige Energiemengen frei werden. Dabei können für sehr kurze Zeit beim sogenannten r-Prozess auch schwerere Kerne als Eisen entstehen, indem Neutronen an Eisenkerne gebunden werden. Durch den anschließenden Beta-Minus-Zerfall wandeln sich die Neutronen zu Protonen um und es entstehen protonenreichere Elemente als Eisen.

4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen

Aus der Schulphysik ist bereits Formel [2] zur Berechnung der Atommasse bekannt, wobei die Masse der einzelnen Atomkomponenten, d. h. Protonen, Elektronen und Neutronen mit ihrer Anzahl multipliziert wird. Zusätzlich muss die bei der Bindung verloren gegangene Bindungsenergie E_B mit einberechnet werden, welche der Äquivalenz von Masse und Energie

$$E_B = Mc^2 \quad [1]$$

zufolge mit einem Massenverlust, auch Massendefekt M genannt, einhergeht, sodass sich ergibt:

$$m_{Atom} = m_n \cdot N + m_p \cdot Z + m_e \cdot Z - M = m_n \cdot N + m_p \cdot Z + m_e \cdot Z - \frac{E_B}{c^2} \quad [2]$$

Die Bindung der Elektronen an den Kern ist um ein Vielfaches schwächer als die Bindung der Nukleonen im Kern und liegt im Bereich der Berechnungs- bzw. Messungenauigkeit, weshalb sie bei der Betrachtung der Masse meist vernachlässigt wird.

Eine exakte Berechnung der Masse eines Atomkerns ist noch nicht möglich, da – wie in 4.2 Modelle für den Atomkernaufbau beschrieben – nur Formeln zur näherungsweise Berechnung der Bindungsenergie des Atomkerns existieren. Eine davon ist die in 4.2.1 Tröpfchenmodell erwähnte BETHE-WEIZSÄCKER-Formel, die sich auf experimentell bestimmte Konstanten beruft um die Bindungsenergie von Atomkernen zu berechnen. Dazu werden die Anteile der Bindungsenergie, d. h. die Volumen-, die Oberflächen-, die Coulomb-, die Symmetrie- und die Paarungsenergie in einzelnen Termen berechnet und summiert um die gesamte Bindungsenergie zu erhalten:

$$E_{B(\text{Theorie})} = \alpha_V \cdot A - \alpha_F \cdot A^{\frac{2}{3}} - \alpha_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}} - \alpha_S \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} \begin{pmatrix} +\alpha_P \cdot A^{-\frac{1}{2}} \\ +0 \\ -\alpha_P \cdot A^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad [3]$$

Volumenterm

Für die Volumenenergie gilt:

$$E_{\text{Volumen}} = \alpha_V \cdot A \quad [4]$$

Durch diesen Term wird die Größe der Bindungsenergie dargestellt, die durch die starke Kernkraft bei der Entstehung der Bindung frei wird. Dabei stellt der Koeffizient α_V die experimentell bestimmte Bindungsenergie eines Nukleons an seine benachbarten Nukleonen dar. Um die Bindungsenergie des gesamten Kerns zu berechnen, wird dieser Wert mit der Nukleonenzahl A multipliziert. Da wie oben dargelegt, $A \sim V$ bzw. $A \sim r^3$ ist, wird dieser Term der Gleichung auch als Volumenenergie bezeichnet.

Oberflächenterm

$$E_{\text{Oberfläche}} = -\alpha_F \cdot A^{\frac{2}{3}} \quad [5]$$

Dieser Term stellt eine „Korrektur“ zum Volumenterm dar, da lediglich Nukleonen im Kerninneren eine Bindungsenergie von α_V pro Nukleon haben, wenn die Anzahl ihrer Nachbarn maximal ist. Nukleonen an der Oberfläche hingegen haben eine geringere Bindungsenergie, da sich um sie herum weniger benachbarte Nukleonen befinden. Diese verringerte Bindungsenergie pro Nukleon wird durch den negativen Koeffizienten α_F dargestellt. Um die Anzahl der Nukleonen an der Oberfläche eines Kerns zu bestimmen, wird die Näherung $A^{1/3} \sim r$ genutzt. Da die Fläche einer Kugel proportional zu r^2 ist, muss die Anzahl der Nukleonen an der Kernoberfläche ebenfalls proportional zu r^2 bzw. proportional zu $A^{2/3}$ sein.

Coulombterm

$$E_{\text{Coulomb}} = -\alpha_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}} \quad [6]$$

Da die Coulombkraft abstoßend wirkt und so die Bindungsenergie verringert, ist die Konstante α_C des Coulombterms negativ. Diese Energie ist proportional zum Quadrat

der Ladungsanzahl, d. h. sie ist mit Z^2 abhängig von der Protonenzahl. Außerdem ist sie indirekt proportional zum Radius bzw. zu $A^{1/3}$, was sich aus der Gleichung für die Coulomb-Energie einer homogen geladenen Kugel herleiten lässt.

Symmetrieterm

$$E_{\text{Symmetrie}} = -\alpha_s \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} \quad [7]$$

Auch eine Asymmetrie zwischen Neutronen und Protonen führt, wie in 4.2.2 Schalenmodell erklärt, zu einer verringerten Bindungsenergie, sodass auch die Konstante α_s ein negatives Vorzeichen trägt. Um die Differenz zwischen der Protonen- und der Neutronenzahl zu erhalten, wird die Differenz $N - Z$ errechnet und anschließend quadriert, um zu verhindern, dass ein negatives Vorzeichen entsteht. Um dem Quadrat entgegenzuwirken wird anschließend durch A dividiert.

Paarungsterm

$$E_{\text{Paarung für gg}} = \alpha_p \cdot A^{-\frac{1}{2}} \quad [8]$$

$$E_{\text{Paarung für ug und gu}} = 0 \quad [9]$$

$$E_{\text{Paarung für uu}} = -\alpha_p \cdot A^{-\frac{1}{2}} \quad [10]$$

Im Falle der Paarungsenergie muss zwischen drei Termen unterschieden werden, je nachdem ob die Neutronen- und Protonenzahl des Kerns gerade oder ungerade sind. Kerne, die sowohl gerade Protonen- als auch gerade Neutronenzahlen haben, werden gg-Kerne genannt. Bei ihnen ist die Konstante α_p positiv, da ein solcher Kern aus in 4.2.2 Schalenmodell beschriebenen Gründen stabiler ist als ein Kern dessen Neutronen- und Protonenzahl ungerade sind. Bei solch einem uu-Kern ist die Bindungsenergie verringert, sodass α_p ein negatives Vorzeichen – wenn auch den gleichen Betrag wie bei gg-Kernen – hat. Bei Kernen die eine gerade Protonenzahl, aber eine ungerade Neutronenzahl (gu-Kerne) bzw. eine ungerade Protonenzahl, aber eine gerade Neutronenzahl (ug-Kerne) haben, gleichen sich die oben genannten Effekte aus und die zusätzliche Bindungsenergie beträgt 0.

4.4.1 Berechnung der Atommasse von ^{56}Fe nach dem Tröpfchenmodell

$$A = 56$$

$$N = 30$$

$$Z = 26$$

Wie an N und Z abzulesen ist, handelt es sich bei ^{56}Fe um einen gg-Kern.

Werden diese kernspezifischen Werte in die BETHE-WEIZSÄCKER-Formel [3] eingesetzt, folgt:

$$E_{B(\text{Theorie})} = 15,5832 \text{ MeV} \cdot 56 - 16,91 \text{ MeV} \cdot 56^{\frac{2}{3}} - 0,71 \text{ MeV} \cdot 26^2 \cdot 56^{-\frac{1}{3}} \\ - 23,21 \text{ MeV} \cdot \frac{(30-26)^2}{56} + 11,46 \text{ MeV} \cdot 56^{-\frac{1}{2}}$$

$$E_{B(\text{Theorie})} = 872,659 \text{ MeV} - 247,515 \text{ MeV} - 125,451 \text{ MeV} - 6,631 \text{ MeV} + 1,531 \text{ MeV}$$

$$E_{B(\text{Theorie})} = 494,59 \text{ MeV} \quad [11]$$

Eingesetzt in die Massenformel für Atome [2] folgt aus der Bindungsenergie und den oben dargestellten Werten:

$$m_{\text{Fe}(\text{Theorie})} = 1,0086649158 u \cdot 30 + 1,00727646692 u \cdot 26 + \\ 0,00054857990946 u \cdot 26 - 578,82 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$m_{\text{Fe}(\text{Theorie})} = 55,93 u \quad [12]$$

Somit ergibt sich für ^{56}Fe eine theoretisch erwartete Masse von 55,93 u und eine erwartete Bindungsenergie von 494590 keV.

4.5 Massenspektroskopie

Die Massenspektroskopie beschäftigt sich mit der Bestimmung der Masse von geladenen Teilchen wie z. B. Ionen oder Elektronen. Dazu werden elektrische und/oder magnetische Felder benutzt, um geladene Teilchen nach ihrem Masse-Ladungs-Verhältnis m/q , auch spezifische Ladung genannt, zu trennen. Dieses Verhältnis ist stets proportional zu bestimmten Parametern des Versuchsaufbaus wie z. B. der magnetischen Flussdichte. Durch Messung dieser Parameter und Bestimmung der Ladung des Teilchens, kann seine Masse berechnet werden.

Jedes Massenspektrometer besteht im Prinzip aus drei Teilen: Der Ionenquelle, in der

die zu untersuchenden Ionen erzeugt und beschleunigt werden, dem Analysator oder Massenfilter, in dem die eigentliche Ionentrennung vorgenommen wird, und dem Detektor, der die getrennten Ionen registriert und in ein auswertbares Massenspektrum umwandelt. Bei diesen Massenspektren handelt es sich um verschiedene Diagramme, die die spezifische Ladung und die Anzahl ihrer Zählungen, d. h. ihre Häufigkeit, in Verbindung bringen. Bei manchen Massenspektren wird die spezifische Ladung auch durch eine andere, von ihr abhängige Größe repräsentiert. Zusätzlich zu den oben genannten drei Hauptkomponenten eines Massenspektrometers, werden unterstützende Systeme benötigt. Dazu gehören u. a. Kühlanlagen, z. B. für Magnete, aber auch Vakuumsysteme, die dafür sorgen, dass die Abschnitte, die von den Ionen durchquert werden unter Hochvakuum stehen, sodass keine unerwünschten Wechselwirkungen zwischen den zu messenden Teilchen und den Luftmolekülen stattfinden.

Massenspektrometer werden nach der Funktionsweise ihres Analysators klassifiziert. Die älteste dieser Klassen, die magnetischen Sektorfeldmassenspektrometer, sind bereits aus der Schulphysik bekannt. Dabei wird ein homogenes Magnetfeld, dessen Feldlinien senkrecht zur Bewegungsrichtung der Teilchen stehen, als Massenfilter genutzt. Durch dieses Feld werden sie auf Kreisbahnen abgelenkt, deren Radius von ihrer spezifischen Ladung, der magnetischen Flussdichte und ihrer Geschwindigkeit abhängt [Abbildung 4].



Abbildung 4: Schematischer Aufbau eines Sektorfeldmassenfilters; blau: Lorentzkraft, grün: Geschwindigkeit, violett: Zentrifugalkraft

Diese Kreisbahnbewegung wird auch als Zyklotronbewegung mit der Zyklotronfrequenz f_c bezeichnet. Diese Frequenz ergibt sich durch die Gleichsetzung der magnetischen Lorentzkraft F_L und der Zentripetalkraft F_R :

$$F_L = F_R \quad [13]$$

$$B q v = m v f_c \cdot 2\pi \quad [14]$$

Durch Umstellen der Gleichung folgt für die Zyklotronkreisfrequenz:

$$f_c = \frac{B \cdot q}{2\pi \cdot m} \quad [15]$$

Während bei Sektorfeldmassenspektrometern meist nur der Radius der Zyklotronbewegung und nicht deren Frequenz zur Massentrennung genutzt wird, spielt bei vielen Ionenfallenmassenspektrometern die Ermittlung dieser Frequenz zur Berechnung der spezifischen Ladung eine wichtige Rolle.

4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle

Bei einem Ionenfallenmassenfilter erfolgt die Filterung der Ionen nach ihrer Masse mittels elektrischer und/oder magnetischer Felder, welche die Ionen innerhalb der Falle festhalten um deren Analyse zu ermöglichen. Dabei wird eine Veränderung der feldeigenen Parameter, wie z. B. der elektrischen Feldstärke, genutzt, um die Bewegung der Teilchen innerhalb der Falle zu manipulieren. Da Ionenfallenmassenfilter eine weitaus höhere Massenauflösung als Sektorfeldmassenfilter haben, werden sie häufig in modernen Massenspektrometern, so auch bei ISOLTRAP, eingesetzt (siehe 4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle).

Eine Penning-Falle verwendet beispielsweise, ähnlich wie der Sektorfeldmassenfilter, ein homogenes Magnetfeld, dessen Feldlinien senkrecht auf dem Fallenboden stehen, um die Ionen in der Falle auf einer Kreisbahn gefangen zu halten. Dadurch ist jedoch nur eine Speicherung in der zum Fallenboden (x-y-Ebene) parallelen Ebene möglich, welche sehr instabil ist, da Ionen mit einem Impuls, der eine zum Fallenboden senkrechte Komponente (z-Komponente) hat, diese Ebene entlang einer spiralförmigen Bahn um die Magnetfeldlinien verlassen würden.

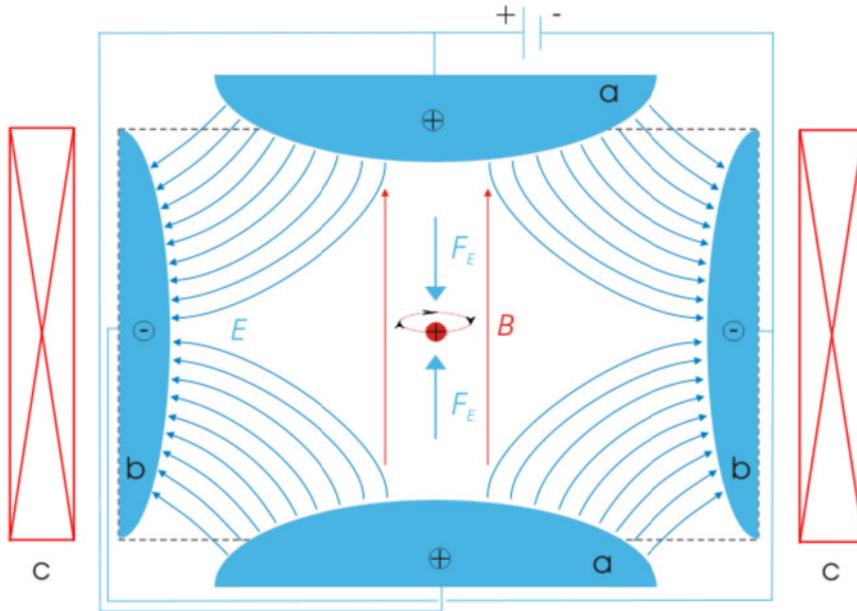


Abbildung 5: Querschnitt einer Penning-Falle; a:Endkappen, b:Ringelektrode, c:Zylinderspule

Für eine stabile Speicherung, die die Ionen auch entlang der z-Achse gefangen hält, werden deshalb je eine Elektrode an Fallensboden und -decke, die die gleiche Ladung haben wie die Ionen, sowie eine, die Kammer umschließende, Ringelektrode mit zu den Ionen entgegengesetzter Ladung, verwendet. Im Querschnitt ergibt diese Anordnung im Idealfall vier Punktladungen, die auch als Quadrupol bezeichnet werden [Abbildung 5].

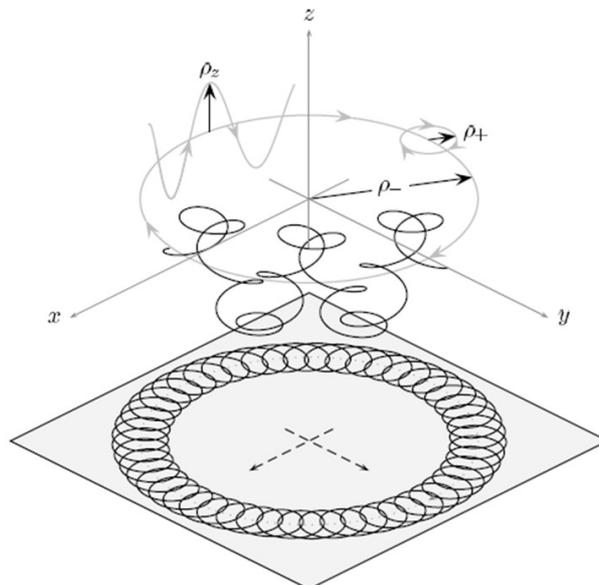


Abbildung 6: Ionenbewegung in der Penning-Falle

Alle Teilchen führen entsprechend ihrer thermischen Energie eine irreguläre Schwingung um ihre Gleichgewichtslage in allen drei Raumrichtungen aus, deren

Amplitude mit der thermischen Energie der Teilchen zunimmt. Durch diese Eigenbewegung entsteht unter Einwirkung der Felder der Penning-Falle eine komplizierte, dreidimensionale Ionenbewegung [Abbildung 6], die sich aus drei Einzelbewegungen zusammensetzt.

Die ursprüngliche Zyklotronbewegung der Ionen spaltet sich dabei in zwei einzelne Kreisbewegungen auf, die in zum Fallenboden parallelen Ebenen verlaufen. Die sogenannte Magnetronbewegung, entsteht durch eine Überlagerung des elektrischen Feldes der zum Fallenboden parallelen Elektroden und des Magnetfeldes und hat eine verhältnismäßig kleine Frequenz f_- und einen verhältnismäßig großen Radius ρ_- . Die reduzierte Zyklotronbewegung um die Magnetfeldlinien hat eine verhältnismäßig große Frequenz f_+ und einen verhältnismäßig kleinen Radius ρ_+ . Die beiden Einzelfrequenzen können wie folgt zum berechnen der ursprünglichen Zyklotronfrequenz benutzt werden:

$$f_c = f_- + f_+ \quad [16]$$

Zusätzlich entsteht eine sinusförmige Axialbewegung entlang der z-Achse durch die zum Fallenboden senkrecht stehenden Elektroden, deren Frequenz f_z zwischen f_+ und f_- liegt. Diese Bewegung kann allerdings bei der Ermittlung von f_c vernachlässigt werden, da diese sich, wie Formel [16] zeigt, allein unter Betrachtung der anderen beiden Bewegungen errechnen lässt.

Um die Eigenbewegung der Ionen manipulieren zu können, reicht das oben beschriebene elektrostatische Quadrupolfeld nicht aus, weshalb die Ringelektrode zusätzlich in vier Segmente unterteilt ist. Durch Anlegen eines Wechselstroms an diese Segmente kann die Ionenbewegung beeinflusst werden, was auch als Anregung der Ionen bezeichnet wird. Je nach Ladungsverteilung der Elektroden wird dabei zwischen Dipol- und Quadrupolanregung unterschieden.

Bei Dipolanregungen werden zwei gegenüberliegende Elektroden mit unterschiedlicher Polung verwendet, womit die Radien der Eigenbewegung beeinflusst werden können. Im Resonanzfall, wenn die Frequenz der an diesen Dipol angelegten Spannung f_d sich den Frequenzen f_- bzw. f_+ annähert, nehmen die Radien ρ_- bzw. ρ_+ mit der Zeit zu, sodass eine solche Anregung benutzt werden kann, um einen bestimmten reduzierten Zyklotron- bzw. Magnetronradius „einzustellen“.

Mit Hilfe einer Quadrupolanregung, bei der gegenüberliegende Segmente stets gleich geladen sind, kann eine Umwandlung von zwei Einzelbewegungen ineinander verursacht werden. Wenn die Wechselstromfrequenz des Quadrupols f_q sich f_c annähert, erfolgt so eine zeitlich periodische Umwandlung von f_- und f_+ ineinander. Eine vollständige Umwandlung der beiden Einzelbewegungen ineinander, sodass nur noch eine der beiden existiert, kann jedoch nur im Resonanzfall $f_q = f_c$ erreicht werden. Durch diese Resonanz wird einer der Terme in Formel [16] 0, d. h., dass die Ionenbewegung auf die Zyklotronbewegung zurückgeführt wurde, sodass f_c bestimmt und damit die spezifische Ladung des Ions durch Umstellen von Formel [15] berechnet werden kann (siehe 4.5 Massenspektroskopie).

4.5.2 Vergleich zwischen Penning-Falle und Sektorfeldmassenfilter

Obwohl beide Massenfilter ein homogenes Magnetfeld verwenden, unterscheiden sie sich doch stark in Aufbau und Funktionsweise. Penning-Fallen können in gleicher Zeit nicht so viele Ionen filtern, wie die Sektorfeldmassenfilter. Zudem muss bereits ein ungenauerer Wert der Masse des zu messenden Ions existieren, da sich andernfalls die an die Falle anzulegende Quadrupolfrequenz nicht berechnen lässt. Trotzdem werden Penning-Fallen heutzutage in vielen Instituten zur Massenbestimmung von Atomen benutzt, da sie eine größere Genauigkeit haben.

Die Genauigkeit eines Massenspektrometers, wird durch seine Massenauflösung R bestimmt, die sich wie folgt berechnen lässt:

$$R = \frac{m}{dm} \quad [17]$$

Dabei ist m die Masse eines beliebigen Teilchens und dm die Massendifferenz zu einem schwereren bzw. leichteren Teilchens, welches noch von ersterem Teilchen unterschieden werden kann.

So kann beispielsweise ein Massenfilter mit $R=200$ ein Ion mit einer Masse von 200 u und ein Ion mit einer Masse von 201 u trennen, genauso aber ein 100 u schweres Ion von einem 100,5 u schweren Ion, da nur das Verhältnis der Masse zur Massendifferenz eine Rolle spielt.

Penning-Fallen haben eine ca. 10-fach höhere Massenauflösung als Sektorfeldmassenfilter, wodurch der bei der Massenmessung entstehende Fehler

geringer ausfällt. Das ISOLTRAP-Experiment setzt deshalb eine Kombination aus beiden Massenfiltern ein, um möglichst genaue Ergebnisse zu erzielen.

5 Versuchsaufbau am ISOLTRAP-Experiment

5.1 Übersicht

Das ISOLTRAP-Experiment bei ISOLDE, einer Anlage zur Erzeugung von Ionen unterschiedlicher Nuklide, ist in unterschiedliche Abschnitte mit verschiedenen Funktionen aufgeteilt [Abbildung 7].

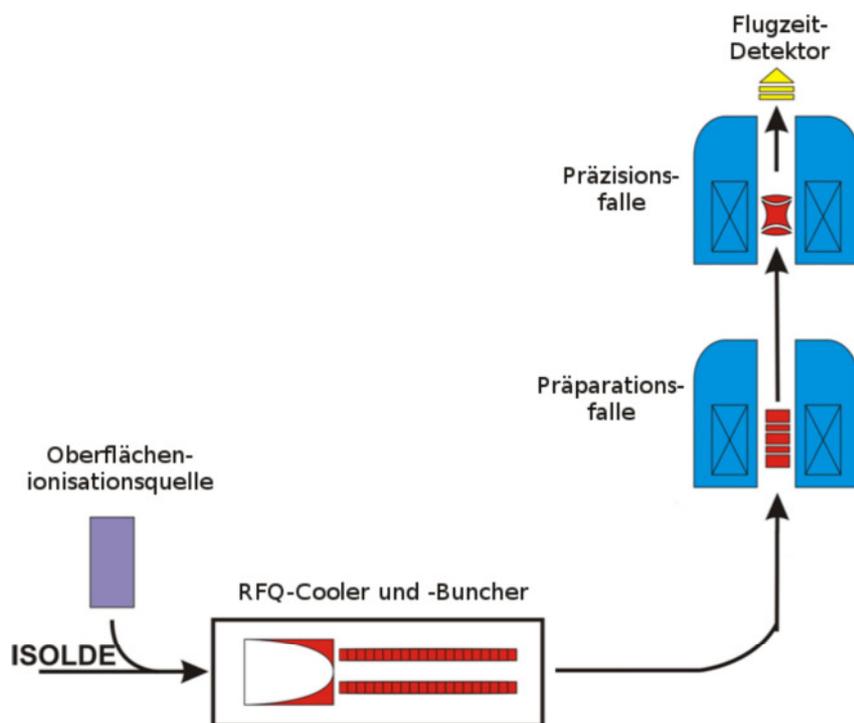


Abbildung 7: Vereinfachter, schematischer Aufbau des ISOLTRAP-Experiments

Die bei ISOLDE hergestellten Ionen durchlaufen zunächst eine Grobfilterung durch ISOLDEs Sektorfeldmassenfilter bevor sie zu ISOLTRAP weitergeleitet werden. Alternativ können bestimmte Ionen auch bei ISOLTRAP selbst hergestellt werden. Anschließend werden die Ionen vom RFQ-Cooler und -Buncher vorbereitet und zu den Penning-Fallen weitergeleitet. Die erste Penning-Falle, die Präparationsfalle, filtert letzte unerwünschte Ionen heraus, bevor die Ionenwolken zur Massenanalyse in die zweite Penning-Falle, die Präzisionsfalle, weitergeleitet werden. Nach Verlassen dieser Falle werden die Ionen von einem Detektor registriert.

5.2 Ionenquelle

Je nach Erzeugungsart, können die Ionenquellen grundsätzlich in Online- und Offline-Quellen unterteilt werden. Ionen von Online-Quellen werden von ISOLDE bereitgestellt, wohingegen Ionen von Offline-Quellen auch bei ISOLTRAP erzeugt werden können.

Bei Online-Quellen werden die sogenannten Targets, die aus einem bestimmten Stoff bestehen, mit einem vom Proton Synchrotron Booster (PBS), einem der Teilchenbeschleuniger am CERN, bereitgestellten Protonenstrahl beschossen. Durch die hohe Energie der Protonen von ca. 1,4 GeV kommt es zur Spaltung der im Targetmaterial enthaltenen Atomkerne. Dabei entstehen allerdings auf Grund der hohen Projektilenergie nicht immer zwei annähernd gleich schwere Kerne und wenige Neutronen, wie bei der aus der Schulphysik bekannten Fission. Stattdessen kann auch eine Spaltung in einen schweren und einen leichten Kern unter Freisetzung vieler Nukleonen (Fragmentation) oder ein komplettes Auflösen des Kerns in seine Nukleonen (Spallation) stattfinden. Durch diese Methode können aus einem einzigen Ausgangsmaterial eine große Anzahl verschiedener Nuklide erzeugt werden.

Bei Offline-Quellen werden die Targets nicht beschossen und dadurch neue Nuklide erzeugt, sondern es werden andere Methoden verwendet um Nuklide, die bereits gebunden im Target vorliegen aus der Oberfläche herauszulösen.

Eine dieser Methoden ist die Oberflächenionisation, bei der die aus einer erhitzten Oberfläche austretenden Atome mit einem heißen Metall, mit hoher Austrittsarbeit, in Kontakt kommen. Diese Methode funktioniert allerdings nur bei Elementen, wie z. B. (Erd)Alkalimetallen, deren Außenelektronen so schwach gebunden sind, dass sie in das Metall übergehen, dessen Elektronen eine höhere Bindungsenergie haben. Bei dieser Methode entstehen fast ausschließlich einfach positiv geladene Ionen.

Nach der Erzeugung werden die Ionen in einem Plattenkondensator vorbeschleunigt, wobei ihre Geschwindigkeit nach Verlassen des Beschleunigers von ihrer spezifischen Ladung abhängt.

5.3 Sektorfeldmassenfilterung

Da bei Online-Quellen nicht nur die für die Experimente erwünschten Nuklide

entstehen, muss der vom Beschleuniger erzeugte Ionenstrahl zunächst eine Grobfilterung durchlaufen, bevor er von den verschiedenen Experimenten genutzt werden kann. Dazu wird bei ISOLDE – je nach Experiment – einer der beiden magnetischen Sektorfeldmassenfilter GPS (General Purpose Separator) oder HRS (High Resolution Separator) verwendet, welcher den Ionenstrahl in mehrere Einzelstrahlen aufteilt, die nur Ionen mit einer bestimmten Masse enthalten. Da die Kreisbahnradien dieser Ionenstrahlen, wie in 4.5 Massenspektroskopie erklärt, von der Masse der darin enthaltenen Ionen abhängen, kann ein Schlitzsystem am Ende des Filters so eingestellt werden, dass nur Ionen mit einer bestimmten Massenzahl den Filter durchqueren können. Die Massenauflösung des GPS beträgt $R \approx 2400$ und die des HRS $R \approx 7000$. Der bereinigte Strahl wird anschließend über ein System aus Ablenk- und Fokussierelektroden zu den Experimenten geleitet.

5.4 RFQ-Cooler und -Buncher

Zur Kühlung und Unterteilung des Ionenstrahls in einzelne „Pakete“ (Bunches) wird eine lineare Paul-Falle benutzt, die mit Helium-Kühlgas von geringer Dichte gefüllt ist. Durch vier parallele, längliche Elektroden, an denen eine radiofrequente Wechselspannung anliegt, wird der Ionenstrahl fokussiert, weshalb die Falle als Radiofrequenzquadrupol (engl. Radio Frequency Quadrupol – RFQ) bezeichnet wird. Ein elektrostatisches Potential, welches durch eine Segmentation der Elektroden erzeugt wird, bewirkt, dass sich die Ionen dieses Strahles am Ende der Falle in Ionenwolken von geringer räumlicher Ausdehnung, sogenannten Bunches, sammeln [Abbildung 8]. Bei ihrer Bewegung durch die Falle geben die Ionen thermische Energie an die Heliumatome ab, mit denen sie zusammenstoßen, sodass ihre in 4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle erwähnte Eigenschwingung reduziert wird. Durch diese „Kühlung“ wird sichergestellt, dass diese Schwingung so gering ist, dass die oben beschriebene Ionenbewegung in den Penning-Fallen nicht zustande kommt.

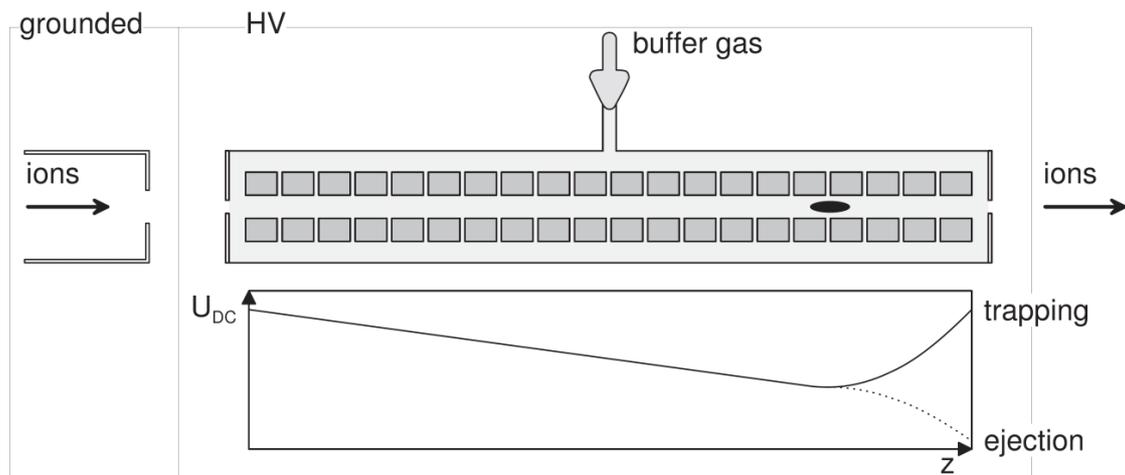


Abbildung 8: Aufbau und Verlauf der vertikalen Spannung des RFQ-Coolers; durch den Anstieg der Spannung am Ende der Falle werden die Ionen in dem schwarz markierten Raumbereich gesammelt

5.5 Präparationsfalle

Die Präparationsfalle ist eine zylindrische Penning-Falle mit drei ringförmigen Elektroden, von denen die mittlere, wie in 4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle beschrieben, segmentiert ist [Abbildung 9]. Die Falle ist im Magnetfeld eines supraleitenden Elektromagneten platziert, der in einem zweistufigen Kühlsystem mit Hilfe von flüssigem Stickstoff und flüssigem Helium gekühlt wird und ein magnetisches Feld mit einer Flussdichte von $B=4,7$ T aufbaut. Sie ist wie der RFQ-Cooler mit Heliumgas von geringer Dichte gefüllt.

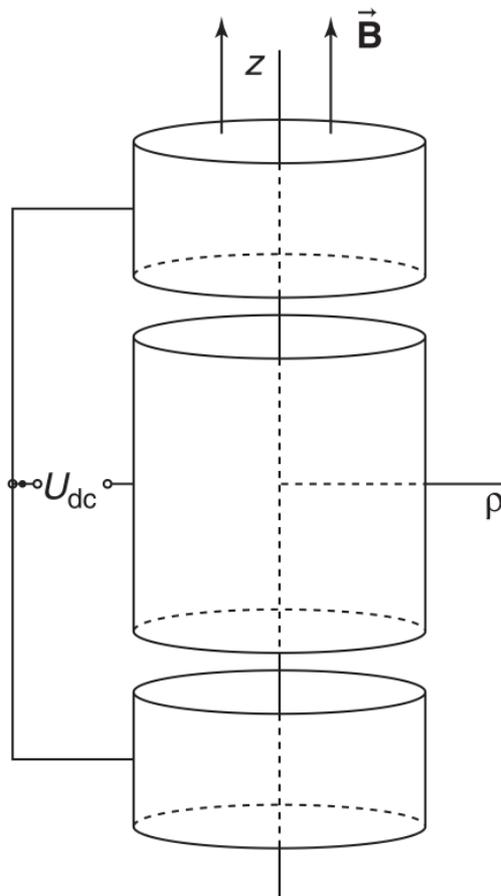


Abbildung 9: Schematischer Aufbau der Preparationsfalle

Die Falle dient der Beseitigung letzter, unerwünschter Ionen. Da isobare Nuklide sich in ihrer Masse nur geringfügig durch ihre verschiedene Bindungsenergie unterscheiden (siehe 4.4 Theoretische Massenberechnung von Atomen), stellen sie ein besonderes Problem für die Massenfilterung dar, weshalb auch von isobarer Kontaminierung gesprochen wird. Die oben erwähnten Sektorfeldmassenfilter sind nicht hochauflösend genug, um jegliche isobare Kontaminierung zu bereinigen, weshalb die Preparationsfalle mit $R \approx 56000$ eingesetzt werden muss, um das alleinige Vorkommen des zu messenden Nuklids in der Präzisionsfalle zu gewährleisten. Dazu wird die Ionenwolke, die sich vor der Anregung durch die mehrfache Kühlung fast in Ruhe im Zentrum der Falle befindet, durch eine Dipolanregung, wie in 5.5 Preparationsfalle beschrieben, auf einen bestimmten Magnetronradius angeregt. Diese Anregung ist annähernd massenunabhängig, sodass auch Ionen mit unterschiedlicher Masse nach der Anregung die gleiche Magnetronbewegung ausführen. Anschließend wird eine Quadrupolanregung mit einer Frequenz die annähernd der Zyklotronfrequenz des zu

messenden Nuklids entspricht, angewandt. Die Magnetron- bzw. reduzierte Zyklotronfrequenz des zu messenden Nuklids werden dabei, wie oben beschrieben, periodisch vollständig ineinander umgewandelt, wohingegen keine vollständige Umwandlung bei Nukliden mit einer anderen Masse erfolgt. Diese Methode erfordert allerdings, dass schon ein ungenauerer Wert für die Masse des Nuklids bekannt ist, da die Zyklotronfrequenz bzw. die anzulegende Quadrupolfrequenz andernfalls nicht berechnet werden kann. Während der Umwandlungen verlieren die Ionen kinetische Energie durch die Kollisionen mit den Heliumatomen, wodurch die Radien der Kreisbewegungen mit der Zeit abnehmen. Ionen, bei denen die Bewegungsumwandlung vollständig ist, haben eine erhöhte Stoßwahrscheinlichkeit, wodurch die Radien ihrer Bewegung schneller abnehmen als bei Ionen ohne vollständige Umwandlung [Abbildungen 10 und 11].

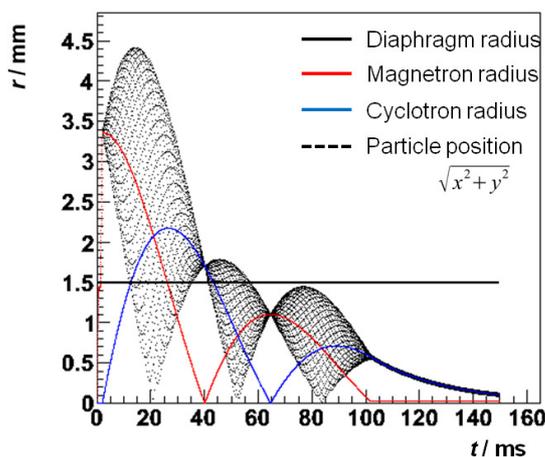


Abbildung 10:
Simulation eines Ions im Resonanzfall $f_c = f_q$; Magnetronradius (rot) und reduzierter Zyklotronradius (blau) werden periodisch, vollständig ineinander umgewandelt; die Summe der Radien verkleinert sich mit der Zeit durch die Energieabgabe an die Heliumatome (Kühlung); am Ende des Vorgangs ist die Summe der Radien kleiner als der Blendenradius (schwarz) und die Ionen werden in die nächste Falle weitergeleitet

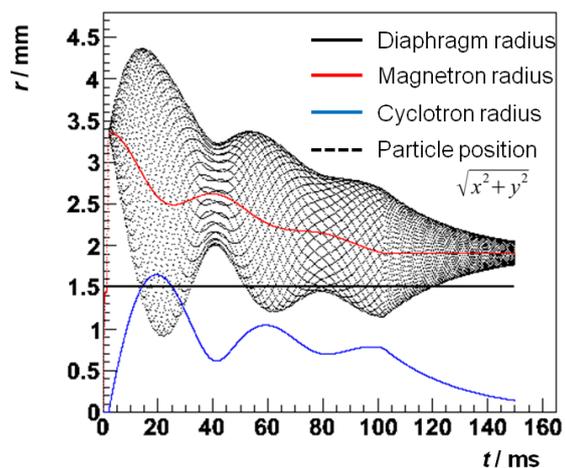


Abbildung 11:
Simulation eines Ions mit $f_c \neq f_q$; Magnetronradius (rot) und reduzierter Zyklotronradius (blau) werden periodisch, aber nicht vollständig ineinander umgewandelt; die Summe der Radien nimmt mit der Zeit durch die unvollständigen Bewegungsumwandlungen nicht so stark ab wie im Resonanzfall; am Ende des Vorgangs ist die Summe der Radien größer als der Blendenradius (schwarz), sodass die Ionen die Falle nicht verlassen können

Nach einer bestimmten Zeit wird die obere Endkappe der Falle entladen, wodurch die Ionen zum oberen Ende der Falle beschleunigt werden. Dort ist eine Blende mit einem Radius von 1,5 mm angebracht, sodass nur Ionen, deren Bewegungsradius durch die Resonanz mit der Quadrupolfrequenz geringer als der Blendenradius ist, die Falle verlassen können.

5.6 Präzisionsfalle

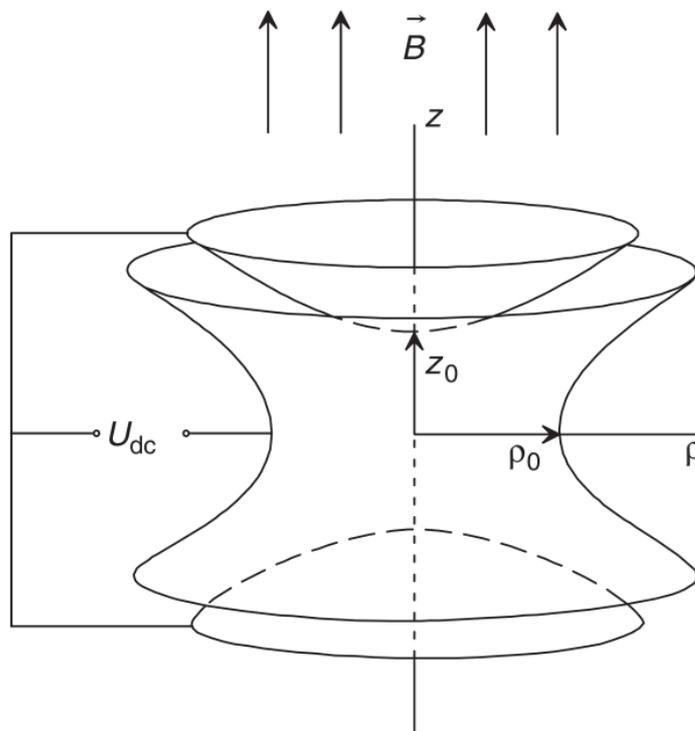


Abbildung 12: Schematischer Aufbau der Präzisionsfalle

Die Präzisionsfalle ist ähnlich aufgebaut wie die Präparationsfalle, allerdings sind ihre Elektroden hyperbolisch geformt, um die Feldlinien in der Mitte der Falle soweit wie möglich an den Idealfall anzunähern [Abbildung 12].

Zudem hat ihr supraleitender Magnet eine Flussdichte von $B=5,9$ T und es befindet sich kein Kühlgas in der Falle. Auch in dieser Falle befinden sich die Ionen zu Beginn der Massenfilterung annähernd ruhig in der Fallenmitte und werden zunächst durch eine Dipolanregung auf einen bestimmten Magnetronradius angeregt. Anschließend wird eine Quadrupolanregung mit einer Frequenz durchgeführt, die nahe der erwarteten Zyklotronfrequenz liegt, wodurch die periodische Umwandlung zwischen f_- und f_+ erfolgt. Durch diese Bewegungsumwandlung erhöht sich das in 4.2.2 Schalenmodell beschriebene magnetische Moment μ der Kerne, wobei die Erhöhung bei einer

vollständigen Bewegungsumwandlung am größten ist. Nach einer bestimmten Anregungszeit werden die Ionen wie in 5.5 Präparationsfalle erläutert aus der Falle ausgestoßen, wobei sie durch das an Stärke abnehmende Magnetfeld außerhalb der Falle beschleunigt werden. Diese Beschleunigung ist proportional zum magnetischen Moment des Kerns. Anschließend fängt ein Detektor die Ionen auf und misst deren Flugzeit, welche indirekt proportional zu μ ist, weshalb diese Art der Massenbestimmung auch als Flugzeit-Ionenzyklotronresonanzmethode (ToF-ICR-Methode) bezeichnet wird. Dieser Vorgang wird mehrmals mit verschiedenen Quadrupolfrequenzen in der Nähe der erwarteten Zyklotronfrequenz durchgeführt, sodass ein Massenspektrum entsteht (siehe 4.5 Massenspektroskopie). Durch die Ermittlung der kürzesten Flugzeit kann so auf die genaue Zyklotronfrequenz zurückgeschlossen werden.

6 Experimentelles Vorgehen bei der Massenbestimmung von Eisen-56

Die Eisen-56-Messreihe wurde am 27.10.2014 zwischen 12:33 Uhr und 21:15 Uhr durchgeführt. Das Eisen-Isotop wurde durch Protonenbeschuss eines Uran-Kohlenstoff-Targets hergestellt. Dabei wurden 7 Einzelmessungen der Flugzeit der $^{56}\text{Fe}^+$ -Ionen mit der ToF-ICR-Methode an der Penning-Falle vorgenommen. Die Messzeit pro Einzelmessung betrug meist ca. 10 Minuten. Bei jeder Einzelmessung wurden Flugzeitmessungen bei 41 Frequenzen, beginnend bei 1628144,49 Hz, in 0,119 Hz Schritten, durchgeführt. Um eine größere Genauigkeit zu erreichen wurde jede dieser Frequenzen mindestens 6 mal durchlaufen. Bei jeder dieser Messungen wurden die Ionen 1200 ms lang in der Präzisionsfalle mit Hilfe der Quadrupolanregung auf der gescannten Frequenz angeregt.

Die Messungen wurden nach dem Sandwich-Prinzip durchgeführt. Dadurch müssen die ständigen Schwankungen unterliegenden Fallenparameter – wie z. B. die mit der Zeit abnehmende Flussdichte des magnetischen Feldes in der Präzisionsfalle – nicht mit einberechnet werden und der Fehler verringert sich (siehe 9.1 Systematische Fehler). Bei diesem Prinzip wird vor und nach jeder Messung des Nuklids, dessen Masse bestimmt werden soll, die Zyklotronfrequenz eines Nuklids mit wohlbekannter Masse gemessen. Die 3 Messungen werden dann zu einem „Sandwich“ zusammengefasst.

In diesem Fall wurden Rubidium-85-Ionen benutzt, wodurch sich ein $^{85}\text{Rb}^+ \text{-} ^{56}\text{Fe}^+ \text{-} ^{85}\text{Rb}^+$ -Sandwich für jede der 7 Einzelmessungen ergibt. Zur Erzeugung dieser Ionen wurde die Oberflächenionisationsmethode bei einer Alkaliquelle, einer von ISOLTRAPs Offline-Quellen angewendet (siehe 5.2 Ionenquelle). Hierbei dient der oberste ^{85}Rb -Messwert eines Sandwichs gleich als unterster Messwert des nächsten Sandwichs, sodass sich immer $^{85}\text{Rb}^+$ - und $^{56}\text{Fe}^+$ -Messungen abwechseln, es sei denn zwischen den Sandwichmessungen liegt eine längere Pause, wie z. B. bei diesem Experiment zwischen 16:55 Uhr und 19:30 Uhr. In diesem Falle wird vor der nächsten $^{56}\text{Fe}^+$ -Messung eine $^{85}\text{Rb}^+$ -Messung durchgeführt. Somit wurden für diese Messreihe 7 Eisen-56- und 9 Rubidium-85-Einzelmessungen durchgeführt.

7 Auswertung der Messdaten am Beispiel der 2. Messung

7.1 Auswertung der Rohdaten mit Hilfe eines Evaluierungsprogramms

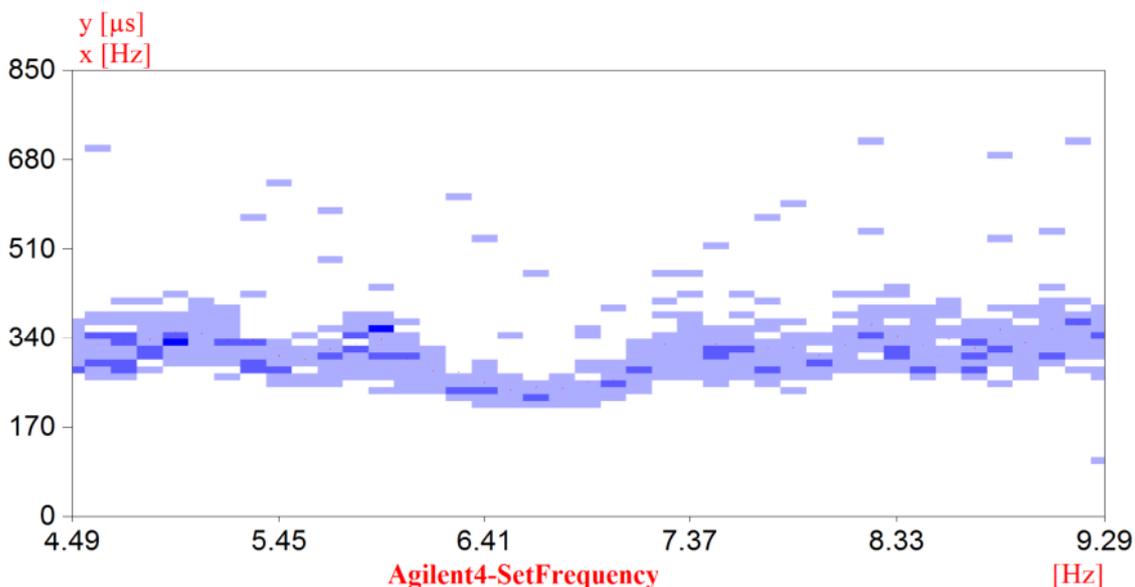


Abbildung 13: Diagramm der ToF-Kanalmatrix bei einer Eisen-56-Messung

In diesem Diagramm des Auswertungsprogramms Eva 6.1.6.0 sind die Rohdaten des Time-of-Flight(ToF)-Detektors am Beispiel einer Eisen-56 Messung dargestellt [Abbildung 13].

Auf der y-Achse ist die Flugzeit in μs und auf der x-Achse die Quadrupolfrequenz in Hz aufgetragen, wobei diese Frequenzen als positiver Versatz zu 1622140 Hz dargestellt

sind.

Die Detektormesswerte werden in einzelnen Stapeln in das Diagramm eingetragen, weshalb die Messwerte als blaue Pixel dargestellt sind, die den Einträgen im jeweiligen Kanal der x -Achse entsprechen. Sollte eine Messung mehrere Kanaleinträge mit der gleichen Flugzeit erzeugen, so überlagern sich die Stapelwerte und es ergeben sich Pixel mit einem tieferen Blauton. Dabei hat jedes Pixel eine y -Ausdehnung von $13 \mu\text{s}$ und eine x -Ausdehnung von $0,119 \text{ Hz}$.

Die Spalten der Kanäle entsprechen demzufolge den 41 Frequenzen, die, ausgehend von der Startfrequenz, an die Quadrupolsegmente der Penning-Falle angelegt werden. In diesem Fall wurden 7 Einzelmessungen bei jeder Frequenz durchgeführt.

Mit Hilfe dieser Kanalmatrixdarstellung kann ermittelt werden, welche Flugzeitbereiche durch Setzen einer oberen und unteren Flugzeitgrenze weggeschnitten werden können. Dieses Setzen von Grenzen dient vor allem dazu, Rauschen von statistischen Signaleinträgen zu unterdrücken, wodurch der Messfehler verringert wird. Im Falle der Eisenmessung wurden unter Einbezug aller 7 Einzelmessungen alle Flugzeiten über $500 \mu\text{s}$ und unter $170 \mu\text{s}$ ausgeschlossen.

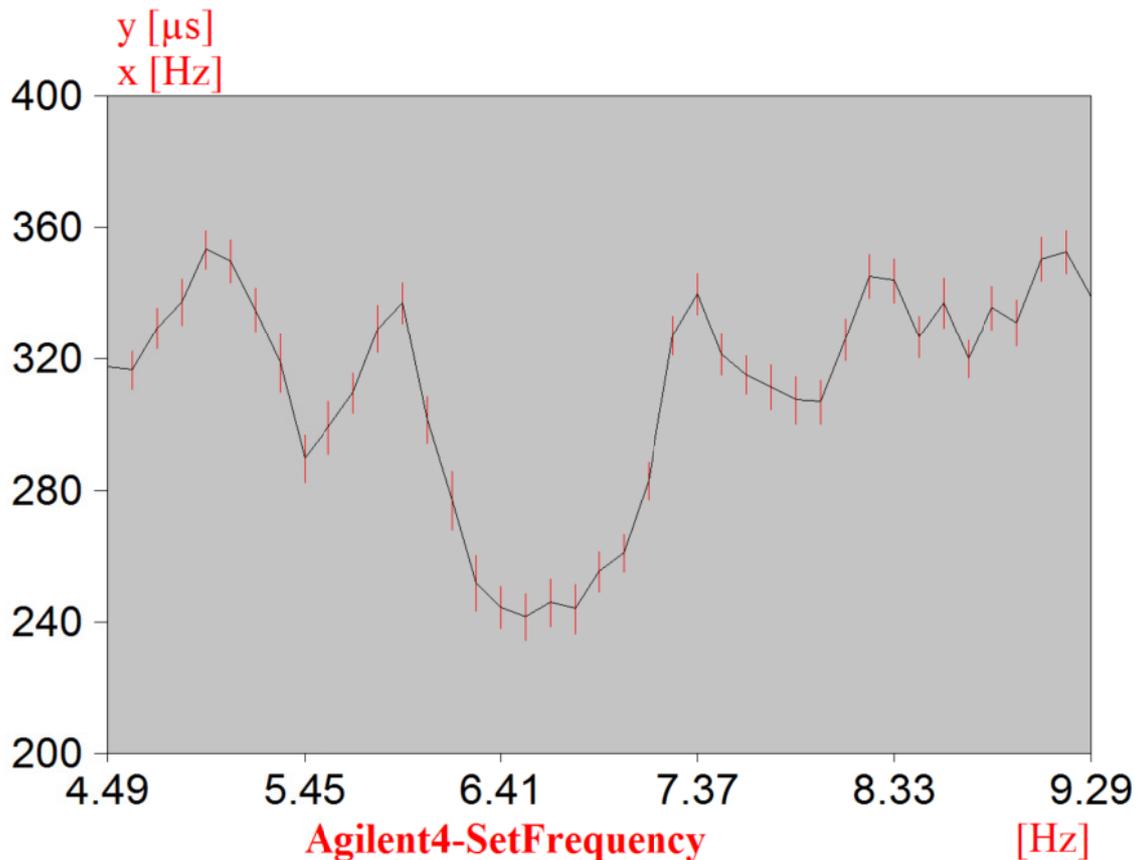


Abbildung 14: *t-f-Kurve einer Eisen-56-Messung*

Im nächsten Schritt wird aus den Messwerten jeder Frequenzspalte unter Einberechnung der Messhäufigkeit einzelner Messzellen der Mittelwert gebildet, um die Darstellung als *t-f-Funktion* zu ermöglichen. Die Streuung um diesen Mittelwert wird als roter Fehlerbalken eingetragen. Für das obige Beispiel ergibt sich eine Funktion, die im Diagramm dargestellt ist [Abbildung 14].

Im Abschnitt der Kurve von $1628140+5,94$ Hz bis $1628140+7,38$ ist zu sehen, dass die Flugzeit beim Annähern der Quadrupolfrequenz an die Zyklotronfrequenz des Atomkerns immer kürzer wird, bis sie ein Minimum bei ca. $1628140+6,54$ erreicht, wie in 4.5.1 Ionenfallenmassenfilter am Beispiel einer Penning-Falle beschrieben.

Die Minima der Flugzeit links und rechts davon, wie z. B. bei $1628140+5,45$ lassen sich dadurch erklären, dass der Kern bei bestimmten Frequenzen in einen angeregten Zustand übergeht und durch die dadurch dazugewonnene Energie eine höhere Geschwindigkeit und somit eine kürzere Flugdauer hat.

Um die letzten, durch die begrenzte Anzahl an untersuchten Frequenzen entstandenen Unregelmäßigkeiten in der Kurve auszugleichen und eine gleichmäßige Funktion

aufzustellen, wird noch ein sogenannter Mike-Fit durchgeführt, bei dem der typische f-t-Verlauf einer solchen Flugzeitmessung, an die Messwertkurve angepasst wird. Diese Mike-Kurve wird im Diagramm rot dargestellt [Abbildung 15]

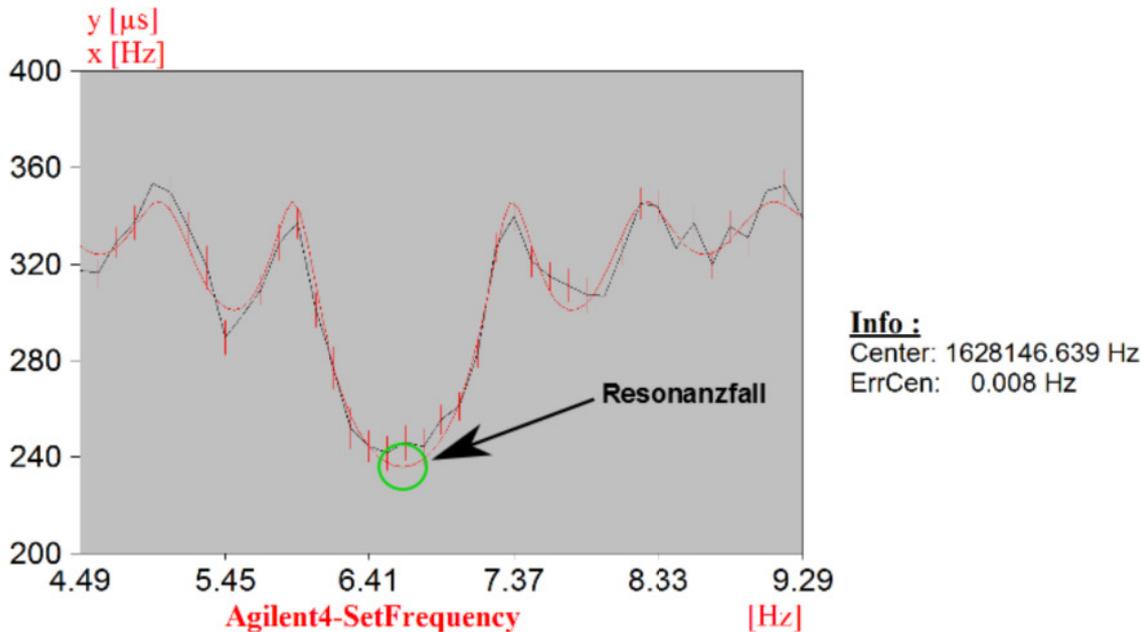


Abbildung 15: t-f-Kurve einer Eisen-56-Messung nach Durchführung des Mike-Fits

Mit Hilfe dieser Kurve kann das kleinste Minimum der Funktion ermittelt werden, welches das Auswertungsprogramm mit „Center“ als $1628146,639 \text{ Hz}$ angibt und der Quadrupolfrequenz im Resonanzfall entspricht. Der absolute Fehler dieses Wertes beträgt $0,008 \text{ Hz}$.

Diese Auswertung wurde für alle 7 Eisenmessungen und die 9 Rubidiummessungen durchgeführt, um anschließend mit Hilfe der Sandwiches die Massen berechnen und daraus den Mittelwert bilden zu können.

7.2 Berechnung der Atommasse aus der Zyklotronfrequenz

Wie bereits in 4.5 Massenspektroskopie dargelegt, ist die Formel für die spezifische Ladung eines Ions in der Penning-Falle:

$$\frac{q}{m} = \frac{2\pi f}{B} \quad [18]$$

Durch das Sandwich-Prinzip können die spezifischen Ladungen von $^{56}\text{Fe}^+$ und $^{85}\text{Rb}^+$ ins Verhältnis gesetzt und folgende Relation erzeugt werden:

$$\frac{\frac{q_{Fe^+}}{m_{Fe^+}}}{\frac{q_{Rb^+}}{m_{Rb^+}}} = \frac{\frac{2\pi f_{Fe^+}}{B}}{\frac{2\pi f_{Rb^+}}{B}} \quad [19]$$

Da beide Ionen eine positive Ladung von 1e haben und die Stärke des Magnetfelds bei beiden Messungen (annähernd) gleich ist, ergibt sich die gekürzte Form:

$$\frac{m_{Rb^+}}{m_{Fe^+}} = \frac{f_{Fe^+}}{f_{Rb^+}} \quad [20]$$

Der Einfachheit halber wird im Folgenden das Verhältnis $\frac{f_{Rb^+}}{f_{Fe^+}}$ als r bezeichnet.

Durch Umstellen der Relation [20] und Addieren einer Elektronenmasse m_e zur Kompensation der einfach positiven Ladung des in der Messung verwendeten $^{56}Fe^+$, ergibt sich mit folgender Formel die Masse des ^{56}Fe -Atoms:

$$m_{Fe} = r \cdot m_{Rb^+} + m_e = r \cdot (m_{Rb} - m_e) + m_e \quad [21]$$

7.3 Berechnung des Frequenzverhältnisses am Beispiel der 1. Messung

Da jedes Sandwich zwei Werte für die Zyklotronfrequenz von $^{85}Rb^+$ enthält, müssen diese zwei Einzelfrequenzen f_1 und f_2 unter Einbeziehung der Zeit interpoliert werden, um einen durchschnittlichen Referenzwert zu erhalten.

Dazu wird die Zeit, die zwischen den Rubidium und den Eisenmessungen lag mit einberechnet, da die Veränderungen der Fallenparameter zeitabhängig sind und somit jene Rubidiummessung, die zeitlich näher an der Eisenmessung lag, stärker gewichtet wird als die andere.

Die Formel für die interpolierte Frequenz f_{Rb^+} ergibt sich mit

$$f_{Rb^+} = \frac{(f_2 - f_1) \cdot t_1}{t_{ges}} + f_1 \quad [22]$$

wobei t_{ges} die Gesamtdauer der Sandwichmessung und t_1 die Zeit zwischen der ersten Rubidium- und der Eisenmessung ist.

Für die erste Sandwichmessung betragen die Werte für die Interpolation:

$$f_1=1072524,5242 \text{ Hz}$$

$$f_2=1072524,4988 \text{ Hz}$$

$$t_1=7239 \text{ s}$$

$$t_{\text{ges}}=7939 \text{ s}$$

Dadurch ergibt sich durch Einsetzen in Formel [22]:

$$f_{\text{Rb}^+} = \frac{(1072524,4988 \text{ Hz} - 1072524,5242 \text{ Hz}) \cdot 7239 \text{ s}}{7939 \text{ s}} + 1072524,5242 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{Rb}^+} = -0,0254 \text{ Hz} \cdot 0,9118276861 + 1072524,5242 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{Rb}^+} = 1072524,5010 \text{ Hz} \quad [23]$$

Damit ergibt sich für die Zyklotronfrequenz von Rubidium $f_{\text{Rb}^+}=1072524,5010 \text{ Hz}$.

Aus dieser Frequenz und der Zyklotronfrequenz der Eisenionen von $f_{\text{Fe}}=1628146,6756 \text{ Hz}$ lässt sich das r berechnen, welches für die Berechnung der Masse nach Formel [21] benötigt wird:

$$\bar{r} = \frac{0,6587394840 + 0,6587394849 + 0,6587394928 + 0,6587395021 + 0,6587394983 + 0,6587394768 + 0,6587394684}{7}$$

$$r = \frac{1072524,5010 \text{ Hz}}{1628146,6756 \text{ Hz}} = 0,6587394840 \quad [24]$$

Nachdem das Frequenzverhältnis wie oben beschrieben für alle 7 Messungen berechnet wurde (siehe ??), kann man daraus den Mittelwert \bar{r} bilden. Damit ergibt sich:

$$\bar{r} = 0,6587394868 \quad [25]$$

Es entsteht bei der Messung ein sogenannter relativer, massenabhängiger Fehler mit einer Größe von $\Delta x = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ u}^{-1}$, der sich unter Einbezug der von AME angegebenen Eisen- bzw. Rubidiummasse wie folgt in das Frequenzverhältnis einberechnen lässt:

$$\bar{r}_{\text{korrigiert}} = \bar{r} + \Delta x \cdot \bar{r} \cdot (m_{\text{Fe(AME)}} - m_{\text{Rb(AME)}}) \quad [26]$$

Mit den von AME entnommenen Massenwerten $m_{\text{Fe(AME)}}=55,9349363 \text{ u}$ und $m_{\text{Rb(AME)}}=84,911789738 \text{ u}$ ergibt sich damit:

$$\bar{r}_{\text{korrigiert}} = 0,6587394868 + 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ u}^{-1} \cdot 0,6587394868 \cdot (55,9349363 \text{ u} - 84,911789738 \text{ u})$$

$$\bar{r}_{\text{korrigiert}} = 0,6587394821 \quad [27]$$

Dieses korrigierte Frequenzverhältnis kann anschließend in Formel [21] eingesetzt werden, um das Ergebnis der Massenberechnung zu erhalten.

8 Ergebnis

Durch Einsetzen des oben errechneten Wertes für $\bar{r}_{\text{korrigiert}}$ und die von AME angegebene Elektronen- und Rubidiummasse in Formel [21] ergibt sich für die m_{Fe} :

$$m_{\text{Fe}} = 0,6587394821 \cdot (84,911789738 u - 0,00054857990946 u) + 0,00054857990946 u$$

$$m_{\text{Fe}} = 55,9349356 u \quad [28]$$

Die Masse eines ^{56}Fe -Atoms beträgt also laut diesem Experiment $m_{\text{Fe}} = 55,934956 u$.

Mit Hilfe dieses Ergebnisses kann der Massendefekt berechnet werden. Per Definition wird dazu die Massenzahl mit 1u multipliziert und von der im Experiment bestimmten Masse abgezogen:

$$M = m_{\text{Fe}} - A \cdot 1 u \quad [29]$$

Somit ergibt sich:

$$M = 55,9349356 - 56 u = -0,0650644 u = -60607,1 \frac{\text{keV}}{c^2} \quad [30]$$

Im AME-Katalog ist für ^{56}Fe ein $M_{(\text{AME})} = -60606,4 \text{ keV}/c^2$ angegeben. Der Unterschied zwischen diesem Wert und dem Ergebnis [30] ist demzufolge:

$$M_{(\text{Differenz von AME})} = -60607,1 \frac{\text{keV}}{c^2} - (-60606,4 \frac{\text{keV}}{c^2}) = 0,7 \frac{\text{keV}}{c^2} \quad [31]$$

Auf ähnliche Weise lässt sich die Abweichung der im Experiment ermittelten Masse vom AME-Wert $m_{\text{Fe}(\text{AME})} = 55,9349360 u$ berechnen:

$$m_{\text{Fe}(\text{Differenz von AME})} = 55,9349356 u - 55,9349360 u = -0,0000004 u \quad [32]$$

Die Bindungsenergie E_B des Kerns kann mit der Masse-Energie-Beziehung berechnet werden (die Masse der Elektronen wird hierbei vernachlässigt):

$$E_B = (m_n \cdot N + m_p \cdot Z - m_{\text{Fe}}) \cdot c^2 \quad [33]$$

Wenn man die oben gegebenen Werte in diese Formel einsetzt ergibt sich:

$$E_B = (1,0086649158 u \cdot 30 + 1,00727646692 u \cdot 26 - 55,93493561 u) \cdot c^2 = 478974,2 \frac{keV}{c^2} \cdot c^2$$

$$E_B = 478974,2 keV \quad [34]$$

Aus diesem Ergebnis lässt sich die mittlere Bindungsenergie pro Nukleon berechnen (die Masse der Elektronen wird hierbei vernachlässigt):

$$\frac{E_B}{A} = \frac{478974,2 keV}{56} = 8553,111 keV \quad [35]$$

Die Abweichung dieses Werts von der von AME angegebenen Bindungsenergie $E_{B(AME)}/A = 8790,342 keV$ beträgt:

$$\frac{E_B}{A \text{ (Differenz von AME)}} = 8553,111 keV - 8790,342 keV = -237,231 keV \quad [36]$$

Man kann zudem mit Hilfe der Gesamtmasse des Atoms die mittlere Masse pro Nukleon berechnen (die Masse der Elektronen wird hierbei vernachlässigt):

$$\frac{m_{Fe}}{A} = \frac{55,9349356 u}{56} = 0,998838136 u \quad [37]$$

Beim Vergleich mit den mittleren Massen pro Nukleon anderer Nuklide fällt auf, dass ^{56}Fe das Nuklid ist, bei dem dieser Wert am kleinsten ist. Dieser Umstand und seine hohe Bindungsenergie pro Nukleon tragen dazu bei, dass ^{56}Fe das Ende der Sternfusionskette ist. Auf Grund seiner geringeren Bindungsenergie ist ^{62}Ni das eigentliche Ende der Sternfusionskette. Zur Erzeugung von Nickel-62 müssen allerdings Tritium- (^3H) oder 3He -Kerne mit Eisen-56 fusionieren. Da diese leichten Nuklide nach dem mehrfachen Schalenbrennen eines bereits mit Eisen-56 angereicherten Sterns fast nicht mehr vorhanden sind, entsteht nur sehr wenig ^{62}Ni im Verhältnis zu ^{56}Fe .

9 Fehlerbetrachtung

9.1 Systematische Fehler

Wie bei jedem anderen Experiment, treten natürlich auch bei diesem Fehler durch die begrenzte Genauigkeit der Messgeräte auf, was in diesem Fall der Genauigkeit der Zeitmessung von $13 \mu s$ entspricht. Eine ähnliche Fehlerquelle ist, dass zwischen den an

die Falle angelegten Quadrupolfrequenzen kein fließender Übergang, sondern die erwähnten Sprünge von 0,119 Hz bestehen, da kleinere Abstände die Messzeit deutlich erhöhen würden, weil mehr Einzelfrequenzen gemessen werden müssten. Diese Ungenauigkeit wird jedoch durch den in 7.1 Auswertung der Rohdaten mit Hilfe eines Evaluierungsprogramms erläuterten Mike-Fit weitestgehend behoben. Im Idealfall sollte sich nur ein Ion in der Penning-Falle befinden. Dies lässt sich jedoch in der Praxis meist nicht realisieren, sodass sich Gruppen von ca. 10 Ionen in der Falle befinden, die sich durch ihre positive elektrische Ladung gegenseitig abstoßen und damit das Messergebnis verfälschen. Dazu kommt noch, dass das elektrische und das magnetische Feld der Falle nicht komplett ideal bzw. homogen sind. Es wird zwar versucht dies durch die hyperbolische Form der Ringelektrode und der Ringkappen, sowie durch diverse Korrektorelektroden zu gewährleisten, aber allein schon dadurch, dass Löcher in den Endkappen für die Ioneneinjektion und -extraktion nötig sind, treten Unregelmäßigkeiten im elektrischen Feld auf. Zudem ist die Penning-Falle nicht ideal evakuiert, sodass die geringe Wahrscheinlichkeit von Wechselwirkungen zwischen den verbleibenden Molekülen in der Falle und den zu messenden Ionen und damit verbundener Energieverlust nicht ausgeschlossen werden kann. Der größte systematische Fehler entsteht jedoch durch eine kontinuierliche Abnahme der magnetischen Flussdichte über die Zeit, die ca. $6,35 \cdot 10^{-11}$ T/min beträgt. Um diesen Fehler zu kompensieren, werden die Messungen mit dem Sandwich-Prinzip durchgeführt.

9.2 Zufällige Fehler

Da die Aufnahme der Messwerte maschinell erfolgt, liegen die einzigen Fehler die durch den Experimentator entstehen können bei diesem Experiment in der Auswertung, d. h. beispielsweise die Einstellung der Parameter im Evaluierungsprogramm oder das Runden bei der Massenberechnung. Auf Grund des hohen Automatisierungsgrades fallen diese Fehler jedoch sehr gering aus. Weiterhin können Schwankungen der Quadrupolfrequenz um den eingestellten Wert durch Schwankungen der angelegten Spannung den zufälligen Fehler vergrößern. Auch das Rauschen des Detektors, welches beispielsweise durch von den Ionen abgelöste Elektronen verursacht wird, trägt zu den Messfehlern bei, wird aber wie in 7.1 Auswertung der Rohdaten mit Hilfe eines Evaluierungsprogramms dargelegt durch das Setzen von Flugzeitgrenzen fast

vollständig eliminiert. Eine geringe zufällige Veränderung des Magnetfeldes kann zudem durch die Bewegung des ferromagnetischen Hallenkrans verursacht werden, der den Verlauf der Magnetfeldlinien beeinflusst, wenn er sich über der Experimentieranordnung befindet. Der größte zufällige Fehler, der nur durch Mehrfachmessung behoben werden kann, entsteht durch sich ständig verändernde Wetterverhältnisse bzw. den Tag-Nacht-Zyklus, welche sowohl Druck- als auch Temperaturschwankungen am Experimentierort verursachen und somit direkten Einfluss auf die Experimentieranordnung nehmen, da so Druck bzw. Temperatur des flüssigen Heliums und Stickstoffs verändert werden.

9.3 Vergleich der theoretischen Werte der Atommasse mit den experimentell ermittelten Werten

Ein Vergleich der experimentell bestimmten Eisen-56-Masse und der errechneten ergibt, dass die im Experiment bestimmte Masse größer ist:

$$m_{Fe(Theorie)} < m_{Fe} \quad [38]$$

$$55,93 u < 55,9349356 u \quad [39]$$

Dies bedeutet, dass die Bindungsenergie von ^{56}Fe -Kernen ein wenig kleiner ist, als von der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel vorhergesagt (siehe 4.4.1 Berechnung der Atommasse von ^{56}Fe nach dem Tröpfchenmodell).

Aus der Differenz zwischen den beiden Ergebnissen folgt der absolute Fehler:

$$\Delta m_{Theorie} = m_{Fe(Theorie)} - m_{Fe} \quad [40]$$

$$\Delta m_{Theorie} = 55,93 u - 55,9349356 u = -0,0049 u \quad [41]$$

Aus diesem absoluten Fehler lässt sich der relative Fehler berechnen:

$$\frac{\Delta m_{Theorie}}{m_{Fe}} = \frac{-0,0049 u}{55,934936 u} = -0,000088 = -0,0088\% \quad [42]$$

Diese geringe Abweichung von -0,0088% zeigt, wie genau die Vorhersagen der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel sind, wenn man die Masse eines Atomkerns beispielsweise zur Ermittlung der molaren Masse benötigt.

Der absolute Fehler der theoretisch ermittelten Bindungsenergie gegenüber der experimentell ermittelten Bindungsenergie fällt jedoch weitaus größer aus:

$$\Delta E_{B(\text{Theorie})} = E_{B(\text{Theorie})} - E_B = 494590 \text{ keV} - 478974,2 \text{ keV} = 15615,8 \text{ keV} \quad [43]$$

Der relative Fehler beträgt demnach:

$$\frac{\Delta E_{B(\text{Theorie})}}{E_B} = \frac{15615,8 \text{ keV}}{478974,2 \text{ keV}} = 0,0326 = 3,26 \% \quad [44]$$

Diese Abweichung zeigt, dass sich die BETHE-WEIZSÄCKER-Formel zwar eine gute Näherung für die Bindungsenergie von Atomkernen liefert, verdeutlicht jedoch auch, dass das Tröpfchenmodell nicht vollständig ist.

Zu diesen Fehlern trägt u. a. bei, dass die in der Formel benutzten Konstanten nicht direkt bestimmt werden können und an die Atommassen verschiedener Nuklide angepasst werden mussten, sodass sich für sie nur eine Genauigkeit von 2 Dezimalstellen ergibt.

9.4 Berechnung des experimentellen Fehlers des Frequenzverhältnisses am Beispiel der 1. Messung

Um den Fehler der einzelnen Massenberechnungen zu ermitteln, muss die Fortpflanzung des, vom Auswertungsprogramm angegebenen Fehlers für die Zyklotronfrequenzen Δf_{Fe^+} bzw. Δf_1 bzw. Δf_2 durch die einzelnen Rechenschritte betrachtet werden. Dazu wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Dabei werden die Formeln für die Fehlerfortpflanzung durch partielle Ableitung aus den ursprünglichen Formeln der zu berechnenden Größe abgeleitet. Da diese Ableitung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, werden diese Formeln im Folgenden als gegeben angenommen.

Die Fehler der 1. Messung betragen:

$$\Delta f_{\text{Fe}^+} = \pm 0,0072 \text{ Hz}$$

$$\Delta f_1 = \pm 0,0069 \text{ Hz}$$

$$\Delta f_2 = \pm 0,0101 \text{ Hz}$$

Der Fehler der einzelnen Rubidiummessungen pflanzt sich bei der Interpolation wie folgt fort:

$$\Delta f_{\text{Rb}^+} = \frac{\sqrt{\Delta f_1^2 \cdot t_2^2 + \Delta f_2^2 \cdot t_1^2}}{t_{\text{ges}}} \quad [45]$$

Mit $t_2 = 700$ s ergibt sich damit:

$$\Delta f_{Rb^+} = \frac{\sqrt{(\pm 0,0069 \text{ Hz})^2 \cdot (700 \text{ s})^2 + (\pm 0,00101 \text{ Hz})^2 \cdot (7239 \text{ s})^2}}{7939 \text{ s}}$$

$$\Delta f_{Rb^+} = \pm 0,0092 \text{ Hz} \quad [46]$$

Für das Verhältnis der beiden Frequenzen r pflanzt sich der Fehler nach folgender Formel fort:

$$\Delta r = r \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta f_{Rb^+}}{f_{Rb^+}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_{Fe^+}}{f_{Fe^+}}\right)^2} \quad [47]$$

Durch Einsetzen der einzelnen Frequenzen und Fehler ergibt sich:

$$\Delta r = 0,6587394840 \cdot \sqrt{\left(\frac{\pm 0,0092 \text{ Hz}}{1072524,5010 \text{ Hz}}\right)^2 + \left(\frac{\pm 0,0072 \text{ Hz}}{1628146,6756 \text{ Hz}}\right)^2}$$

$$\Delta r = \pm 6,4 \cdot 10^{-9} \quad [48]$$

Der Fehler des Frequenzverhältnisses der 1. Messung beträgt demnach $\Delta r = \pm 6,37 \cdot 10^{-9}$.

Eine Zusammenstellung der Fehler der anderen 6 Messungen findet sich im Anhang.

9.5 Berechnung des Fehlers des Ergebnisses

Für den Fehler des durchschnittliche Frequenzverhältnisses \bar{r} folgt aus der gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta \bar{r} = \frac{1}{7} \cdot \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta r_2^2 + \Delta r_3^2 + \Delta r_4^2 + \Delta r_5^2 + \Delta r_6^2 + \Delta r_7^2} \quad [49]$$

Durch Einsetzen der einzelnen Fehler ergibt sich:

$$\Delta \bar{r} = \frac{1}{7} \cdot \sqrt{(\pm 6,4 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 5,9 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 6,8 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 7,4 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 7,6 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 5,2 \cdot 10^{-9})^2 + (\pm 6,0 \cdot 10^{-9})^2}$$

$$\Delta \bar{r} = \pm 2,5 \cdot 10^{-9} \quad [50]$$

Die Veränderung dieses Fehlers durch die Korrektur mittels des massenabhängigen Fehlers ist vernachlässigbar. Aufgrund dessen gilt:

$$\Delta \bar{r}_{\text{korrigiert}} = \Delta \bar{r} = \pm 2,5 \cdot 10^{-9} \quad [51]$$

Die Formel für die Fehlerfortpflanzung bei der Massenberechnung ist:

$$\Delta m_{Fe} = \sqrt{(m_{Rb(AME)} - m_e)^2 \cdot \Delta r_{korrigiert}^2 + r_{korrigiert}^2 \cdot \Delta m_{Rb(AME)}^2} \quad [52]$$

Der von AME für die Rubidiummasse angegebene Fehler ist $\Delta m_{Rb} = \pm 5 \cdot 10^{-9} \text{ u}$, womit sich für den Fehler der Eisenmasse folgendes ergibt:

$$\Delta m_{Fe} = \sqrt{(84,911789738 \text{ u} - 0,00054857990946 \text{ u})^2 \cdot (\pm 2,5 \cdot 10^{-9})^2 + (0,6587394821)^2 \cdot (\pm 5 \cdot 10^{-9} \text{ u})^2}$$

$$\Delta m_{Fe} = \pm 2 \cdot 10^{-7} \text{ u} \quad [53]$$

Der Fehler des Massendefekts ΔM ergibt sich aus Δm_{Fe} mit:

$$\Delta M = \pm 2 \cdot 10^{-7} \text{ u} \cdot 931494,0023 \frac{\text{keV}}{\text{u} \cdot c^2} = \pm 0,2 \frac{\text{keV}}{c^2} \quad [54]$$

Dieser Fehler ist annähernd gleich groß wie der Fehler der Bindungsenergie ΔE_B :

$$\Delta E_B = \Delta M \cdot c^2 = \pm 0,2 \text{ keV} \quad [55]$$

Für den Fehler der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon ergibt sich:

$$\Delta \frac{E_B}{A} = \frac{\Delta E_B}{A} = \frac{\pm 0,2 \text{ keV}}{56} = \pm 0,003 \text{ keV} \quad [56]$$

Der Fehler der mittleren Masse pro Nukleon lässt sich wie folgt berechnen:

$$\Delta \frac{m_{Fe}}{A} = \frac{\Delta m_{Fe}}{A} = \frac{\pm 2 \cdot 10^{-7} \text{ u}}{56} = \pm 4 \cdot 10^{-9} \text{ u} \quad [57]$$

10 Zusammenfassung

Das Experiment hat ergeben, dass das Eisenisotop ^{56}Fe eine Masse m_{Fe} von $55,9349356(\pm 2 \cdot 10^{-7})$ u und damit einen Massendefekt M von $-60607,1(\pm 0,2)$ keV/c² hat. Im Vergleich mit dem im AME-Katalog für dieses Isotop angegebenen Massendefekt ergibt sich, dass der im Experiment ermittelte Massendefekt um $0,7$ keV/c² größer ist, wodurch die im Experiment ermittelte Masse $7 \cdot 10^{-7}$ u unter dem in AME angegebenen Wert liegt. Die Bindungsenergie E_B beträgt laut Experiment $478974,2(\pm 0,2)$ keV.

Aus diesem Ergebnis folgt gleichsam eine mittlere Bindungsenergie pro Nukleon von $8553,111(\pm 0,003)$ keV, welche $237,231$ keV unter dem AME-Wert liegt, sowie eine mittlere Masse pro Nukleon von $0,998838136(\pm 4 \cdot 10^{-9})$ u, welche ^{56}Fe als das Nuklid mit der geringsten Masse pro Nukleon bestätigt.

Ein Vergleich der unter Einsatz der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel theoretisch berechneten Masse $m_{\text{Fe}(\text{Theorie})}=55,93$ u mit dem experimentellen Ergebnis zeigt eine relative Abweichung von $-0,0088\%$, was die hohe Vorhersagegenauigkeit des Tröpfchenmodells bezüglich der Masse von Atomkernen bestätigt. Da die mit der BETHE-WEIZSÄCKER-Formel errechnete Bindungsenergie $E_B=494590$ keV allerdings $3,26\%$ größer als der experimentell ermittelte Wert ist, ist ebenfalls bestätigt, dass das Tröpfchenmodell nicht alle Vorgänge im Inneren des Atomkerns vollständig beschreiben kann.

11 Danksagung

Ich möchte mich bei Dipl.-Phys. André Welker bedanken, der mir nicht nur während der gesamten Arbeit mit Rat und Tat beiseite stand und geduldig meine Vielzahl an Fragen ertrug, sondern mich auch während meiner Zeit am CERN in die Funktionsweise des ISOLTRAP-Experiments einführte und mir vieles von dem beibrachte, was sich jetzt in dieser Arbeit wiederfindet. Mein Dank gilt zudem Frau Liebscher, die mich trotz ihrer langfristigen Krankheit so gut sie konnte unterstützte und Anregungen zur Verbesserung gab. Nicht zuletzt möchte ich mich auch noch bei meinem Vater bedanken, der mir half, die Open Office Formatierung zu bändigen.

12 Literaturverzeichnis

Bücher:

Liebmann, Claus Chr.; Schwab, Jürgen; Welsch, Norbert: Materie. Erde, Wasser, Luft, Feuer. Springer-Verlag, Berlin und Heidelberg 2013

Machner, Hartmut: Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik. WILEY-VCH Verlag, Weinheim 2005

Stroppe, Heribert: Physik für Studenten der Natur- und Ingenieurwissenschaften. Carl Hanser Verlag, München und Wien 2005

Diplomarbeiten:

Fink, Daniel: The ISOLTRAP Laser-Ablation Ion Source and Q-Value Determination of the ^{110}Pd Double Beta Decay. Institut für Physik Johannes Gutenberg-Universität Mainz und CERN 2010

Marie-Jeanne, Mélanie: Stabilisation en pression et en température du champ magnétique dans le piège à ions de précision d'ISOLTRAP au CERN. ENSICAEN und CERN 2005

Internet:

Jenny, Andrea Pauline: Kernphysik – Grundlagen. In:

<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/kernphysik-grundlagen> 11.01.2015

Blaum, Klaus: ISOLTRAP Webseite. In:<http://isoltrap.web.cern.ch/isoltrap/> 13.01.2015

Weterings, Jenny: ISOLDE Webseite. In:<http://isolde.web.cern.ch/> 13.01.2015

Audi, G.; Kondev, F.G.; Pfeiffer, B.; Wang, M.; Wapstra, A.H.; MacCormick, M.; Xu, X.: The AME2012 atomic mass evaluation. (I). Evaluation of input data, adjustment procedures. In: <http://amdc.in2p3.fr/masstable/Ame2012/Ame2012a-v3.pdf> 18.01.2015

Audi, G.; Kondev, F.G.; Pfeiffer, B.; Wang, M.; Wapstra, A.H.; MacCormick, M.; Xu, X.: The AME2012 atomic mass evaluation. (II). Tables, graphs and references. In: <http://amdc.in2p3.fr/masstable/Ame2012/Ame2012b-v2.pdf> 18.01.2015

13 **Abbildungsverzeichnis**

Abb. 01: http://www.welsch.com/index.php5?chap=5_2&gid=586&lastsearch=&dis=18

17.01.2015

Abb. 02: <http://de.wikipedia.org/wiki/Bethe-Weizs%C3%A4cker-Formel> 17.01.2015

Abb. 03: <http://de.wikipedia.org/wiki/Bindungsenergie> 17.01.2015

Abb. 05: <http://de.wikipedia.org/wiki/Penning-Falle> 17.01.2015

Abb. 06: Diplomarbeit von Daniel Fink

Abb. 07: Diplomarbeit von Daniel Fink, unter Nutzung von GIMP bearbeitet

Abb. 08: Diplomarbeit von Daniel Fink

Abb. 09: Diplomarbeit von Daniel Fink

Abb. 10: Diplomarbeit von Daniel Fink

Abb. 11: Diplomarbeit von Daniel Fink

Abb. 12: Diplomarbeit von Daniel Fink

14 Anhang

Messwerte der Fe-56 Massenspektroskopie

Art der Messung	Nuklid	Massenzahl A	Startzeit	Endzeit	Zyklotronfrequenz f_c in Hz	Fehler Δf_c in Hz	maximale Ionenanzahl
Referenz	85Rb	85	27.10.14 12:23	27.10.14 12:43	1072524,5242	0,0069	12
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 14:29	27.10.14 14:38	1628146,6756	0,0072	17
Referenz	85Rb	85	27.10.14 14:40	27.10.14 14:51	1072524,4988	0,0101	10
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 14:52	27.10.14 15:03	1628146,6651	0,008	11
Referenz	85Rb	85	27.10.14 15:03	27.10.14 15:17	1072524,4921	0,0125	8
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 15:20	27.10.14 15:28	1628146,6386	0,0085	13
Referenz	85Rb	85	27.10.14 15:46	27.10.14 15:56	1072524,4889	0,0138	8
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 15:56	27.10.14 16:03	1628146,6049	0,0095	11
Referenz	85Rb	85	27.10.14 16:15	27.10.14 16:26	1072524,4723	0,0123	9
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 16:28	27.10.14 16:36	1628146,5824	0,0114	11
Referenz	85Rb	85	27.10.14 16:44	27.10.14 16:55	1072524,4487	0,016	8
Referenz	85Rb	85	27.10.14 19:30	27.10.14 19:38	1072524,3615	0,0117	7
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 19:40	27.10.14 20:34	1628146,4693	0,0027	13
Referenz	85Rb	85	27.10.14 20:43	27.10.14 20:53	1072524,343	0,0115	8
Massenbestimmung	56Fe	56	27.10.14 20:55	27.10.14 21:01	1628146,4649	0,0062	12
Referenz	85Rb	85	27.10.14 21:09	27.10.14 21:21	1072524,326	0,0135	9

Auswertung der Messwerte der Fe-56 Massenspektroskopie (Teil I)

AME-Werte										
	Elektron	Neutron	Proton	⁸⁵ Rb	⁵⁶ Fe		Relativer massenabhängiger Fehler	$E_{B(AME)}/A$ von ⁵⁶ Fe in keV	M von ⁵⁶ Fe in keV/c ²	Ruheenergie E_0 von $m = 1u$ in keV
Masse m in u	5,4857990946E-04	1,0086649158	1,00727646692	84,911789738	55,9349363		1,6E-010	8790,342	-60606,4	931494,0023
Massenfehler Δm in u	2,2E-13	5,0E-10	9,0E-11	5,0E-09	5,0E-07		---	0,008	0,5	---

Messnummer	Art der Messung	Nuklid	mittlere Zeit	Zyklotronfrequenz f_c in Hz	Fehler Δf_c in Hz	interpoliertes f_{Rb+} in Hz	Fehler des interpolierten Δf_{Rb+} in Hz	Verhältnis r	Fehler Δr	Masse m_{Fe} in u
1	Referenz	85Rb	27.10.14 12:33	1072524,5242	0,0069					
2	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 14:33	1628146,6756	0,0072	1072524,5010	0,0092	0,6587394840	6,4E-09	55,93493577
3	Referenz	85Rb	27.10.14 14:45	1072524,4988	0,0101					
4	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 14:58	1628146,6651	0,008	1072524,4955	0,0080	0,6587394849	5,9E-09	55,93493584
5	Referenz	85Rb	27.10.14 15:10	1072524,4921	0,0125					
6	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 15:24	1628146,6386	0,0085	1072524,4910	0,0095	0,6587394928	6,8E-09	55,93493652
7	Referenz	85Rb	27.10.14 15:51	1072524,4889	0,0138					
8	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 16:00	1628146,6049	0,0095	1072524,4838	0,0103	0,6587395021	7,4E-09	55,93493730
9	Referenz	85Rb	27.10.14 16:20	1072524,4723	0,0123					
10	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 16:32	1628146,5824	0,0114	1072524,4628	0,0098	0,6587394983	7,6E-09	55,93493698
11	Referenz	85Rb	27.10.14 16:50	1072524,4487	0,016					
12	Referenz	85Rb	27.10.14 19:34	1072524,3615	0,0117					
13	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 20:07	1628146,4693	0,0027	1072524,3533	0,0083	0,6587394768	5,2E-09	55,93493515
14	Referenz	85Rb	27.10.14 20:48	1072524,343	0,0115					
15	Massenbestimmung	56Fe	27.10.14 20:58	1628146,4649	0,0062	1072524,3368	0,0088	0,6587394684	6,0E-09	55,93493445
16	Referenz	85Rb	27.10.14 21:15	1072524,326	0,0135					

mittleres Verhältnis \bar{r}	Fehler $\Delta \bar{r}$	m_{Fe} nach \bar{r} in u	Fehler Δm_{Fe} in u	Abweichung m_{Fe} von $m_{Fe(AME)}$ in u	Massendefekt M in keV/c ²	Fehler ΔM in keV/c ²	Abweichung M von $M_{(AME)}$ in keV/c ²
0,6587394868	2,5E-09	55,9349360	2E-07	-3E-07	-60606,7	0,2	-0,3

Korrigiertes mittleres Verhältnis \bar{r}	Fehler $\Delta \bar{r}$	Korrigierte m_{Fe} nach \bar{r} in u	Fehler Δm_{Fe} in u	Korrigierte Abweichung m_{Fe} von $m_{Fe(AME)}$ in u	Korrigierter Massendefekt M in keV/c ²	Fehler ΔM in keV/c ²	Korrigierte Abweichung M von $M_{(AME)}$ in keV/c ²
0,6587394821	2,5E-09	55,9349356	2E-07	-7E-07	-60607,1	0,2	-0,7

Auswertung der Messwerte der Fe-56 Massenspektroskopie (Teil II)

Messnummer	Art der Messung	Nuklid	Fehler Δm_{Fe} in u	Abweichung m_{Fe} von $m_{\text{Fe(AME)}}$ in u	Massendefekt M in keV/c ²	Fehler ΔM in keV/c ²	Abweichung M von $M_{\text{(AME)}}$ in keV/c ²	Bindungsenergie E_B in keV	Fehler ΔE_B in keV
1	Referenz	85Rb							
2	Massenbestimmung	56Fe	5,4E-07	-5,3E-07	-60606,94	0,50	-0,54	478974,07	0,50
3	Referenz	85Rb							
4	Massenbestimmung	56Fe	5,0E-07	-4,6E-07	-60606,88	0,47	-0,48	478974,01	0,47
5	Referenz	85Rb							
6	Massenbestimmung	56Fe	5,7E-07	2,2E-07	-60606,24	0,53	0,16	478973,37	0,53
7	Referenz	85Rb							
8	Massenbestimmung	56Fe	6,3E-07	1,0E-06	-60605,52	0,58	0,88	478972,65	0,58
9	Referenz	85Rb							
10	Massenbestimmung	56Fe	6,4E-07	6,8E-07	-60605,81	0,60	0,59	478972,94	0,60
11	Referenz	85Rb							
12	Referenz	85Rb							
13	Massenbestimmung	56Fe	4,4E-07	-1,1E-06	-60607,51	0,41	-1,11	478974,64	0,41
14	Referenz	85Rb							
15	Massenbestimmung	56Fe	5,1E-07	-1,9E-06	-60608,17	0,47	-1,77	478975,30	0,47
16	Referenz	85Rb							

Bindungsenergie E_B in keV	Fehler ΔE_B in keV	mittlere Bindungsenergie pro Nukleon E_B/A in keV	Fehler $\Delta(E_B/A)$ in keV	Abweichung E_B/A von $E_{B(\text{AME})}/A$ in keV	mittlere Masse pro Nukleon in u	Fehler der mittleren Masse pro Nukleon in u
478973,9	0,2	8553,105	0,003	-237,237	0,998838143	4E-09

Korrigierte Bindungsenergie E_B in keV	Fehler ΔE_B in keV	Korrigierte mittlere Bindungsenergie pro Nukleon E_B/A in keV	Fehler $\Delta(E_B/A)$ in keV	Korrigierte Abweichung E_B/A von $E_{B(\text{AME})}/A$ in keV	Korrigierte mittlere Masse pro Nukleon in u	Fehler der korrigierten mittleren Masse pro Nukleon in u
478974,2	0,2	8553,111	0,003	-237,231	0,998838136	4E-09

Erklärung

Name: Florian Knittel

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende komplexe Leistung selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Die Stellen der komplexe Leistung, die anderen Quellen im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht. Dies gilt auch für Zeichnungen, Skizzen, bildliche Darstellungen sowie für Quellen aus dem Internet.

Gymnasium Klotzsche, am 19 . 01 .2015

Unterschrift: Florian Knittel