

Besondere Lernleistung

# **Simulation von elektromagnetischer Bremsstrahlung**

**Julius-Ambrosius-Hülße-Gymnasium Dresden**  
Naturwissenschaften  
Physik

eingereicht bei

vorgelegt von  
**Fred Schmidt**

Dresden, 22.12.2016

## **Danksagung**

Mein Dank gilt meinem Betreuer Herr Daniel Reichelt, der mir stets mit viel Geduld geholfen und mich maßgeblich bei der Simulation unterstützt hat.

Des Weiteren gilt mein Dank meinem betreuendem Fachlehrer Herr Martin Anker, für seine Geduld und seine moralische Unterstützung.

---

Fred Schmidt

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Klassische Beschreibung von Bremsstrahlung.....</b>	<b>2</b>
<b>3 Quantenphysik.....</b>	<b>3</b>
3.1 Doppelspaltexperiment.....	3
3.2 Photoeffekt.....	5
3.3 Comptoneffekt.....	6
3.4 Paarbildung.....	7
<b>4 Quantenbeschreibung von Bremsstrahlung.....</b>	<b>9</b>
<b>5 Simulation von Bremsstrahlung.....</b>	<b>10</b>
5.1 Vorstellung benötigter Gleichungen.....	10
5.2 Erklärung der Programmierungen.....	11
5.3 Ergebnis und Auswertung.....	11
<b>6 Anwendung von Bremsstrahlung als Röntgenstrahlung.....</b>	<b>12</b>
<b>7 Fazit.....</b>	<b>13</b>
<b>8 Materialteil.....</b>	<b>14</b>
8.1 Abbildungsverzeichnis.....	14
8.2 Textquellenverzeichnis.....	14
8.2.1 Literaturquellen.....	14
8.2.2 Internetquellen.....	14
8.3 Quellenverzeichnis der Abbildungen .....	14
<b>Selbstständigkeitserklärung.....</b>	<b>15</b>

## 1 Einleitung

In dieser Arbeit möchte ich mich der elektromagnetischen Bremsstrahlung widmen. In meiner, im letzten Jahr verfassten, Facharbeit zum Thema „Teilchenbeschleuniger im Hinblick auf Nutzen und Aufwand am Beispiel CERN“, wurden unter anderem die verschiedenen Typen von Teilchenbeschleunigern vorgestellt. Darunter auch das Synchrotron. Ein großes Problem bei diesem Beschleuniger, ist der Energieverlust der beschleunigten Elektronen durch sogenannte Synchrotronstrahlung. Bei weiteren Recherchen zu diesem Thema, bin ich auf die allgemeiner gefasste Bremsstrahlung gestoßen. Dies ist der Überbegriff zu Strahlungen, wie zum Beispiel Synchrotron- oder auch Röntgenstrahlung.

Ziel dieser Arbeit ist es, die theoretischen Grundlagen zur Bremsstrahlung und der zugrundeliegenden Quantentheorie zu klären, um letztendlich eine Simulation anzufertigen.

Im ersten Kapitel soll eine klassische Beschreibung von Bremsstrahlung erfolgen.

Darauffolgend werden die Grundlagen der Quantenphysik erläutert. Dabei werde ich auf die Wechselwirkung von Photonen und Elektronen eingehen.

Nach Klärung der quantenphysikalischen Grundlagen, soll im dritten Kapitel die Bremsstrahlung quantentheoretisch beschrieben werden. Hierbei werde ich auf die Theorie der Quantenelektrodynamik eingehen.

Anschließend wird die Simulation von Bremsstrahlung erklärt und ausgewertet.

## 2 Klassische Beschreibung von Bremsstrahlung

Wenn der Impuls eines elektrisch geladenen Teilchens verändert wird, das heißt das Teilchen beschleunigt wird, so entsteht elektromagnetische Strahlung. Diese nennt man Bremsstrahlung. Im folgenden, wird der Bremsstrahlungsprozess am Beispiel des Elektrons erläutert.

Ein Elektron bewegt sich auf ein Atom zu. Es hat eine bestimmte Energie und damit verbunden einen bestimmten Impuls. Durch Coulombwechselwirkung mit dem elektrischen Feld eines Atomkerns, erfährt das Elektron eine Impuls- und Energieänderung, wodurch es von seiner Bahn abgelenkt wird. Dabei emittiert das Elektron elektromagnetische Bremsstrahlung mit der verlorenen Energie. (vgl. Seite 121f., Amsler, 2007)

Das elektrische Feld des sich bewegenden Elektrons ist gegeben durch

$$E = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{e_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{e_{r'}}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'} \right]$$

Der Term  $E = -q e_{r'} / 4\pi\epsilon_0 r'^2$  ist das Coulomb'sche Gesetz. Hierbei ist  $q$  die felderzeugende Ladung,  $e_{r'}$  der Einheitsvektor in Richtung des Punktes P an dem die Energie gemessen wird und  $r'$  als Abstand zwischen  $P$  und  $q$ . Da sich Ladungen aber nicht mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen können und unbekannt ist wo sich die Ladung befindet und wie groß  $r'$  ist, müssen einige Erweiterungen vollzogen werden. Bekannt ist das Verhalten der Ladung in der Vergangenheit. Die vergangene Zeit ist die Zeit, welche vergeht, um von Ladung mit Lichtgeschwindigkeit zu  $P$  zu gelangen. Die Verzögerung wird durch den Term  $r'/c$  beschrieben. Neben der vergangenen Zeit, ist auch der vergangene Weg einzubinden. Dies wird durch den Term  $e_{r'} / r'^2$  beschrieben. Nun ist das Coulomb-Feld in der Vergangenheit berechenbar. Um das jetzige Feld auszurechnen, wird eine Korrektur (welche zum neuen Feld führt) dessen addiert. Durch den Term  $(1/c^2) \cdot (d^2/dt^2) \cdot e_{r'}$  wird das elektrische Feld der Vergangenheit zum gegenwärtigen elektrischen Feld ergänzt.

(vgl. [http://www.feynmanlectures.caltech.edu/l\\_28.html](http://www.feynmanlectures.caltech.edu/l_28.html)[21.12.2016])

### 3 Quantenphysik

*"Das ist schwierig und erfordert viel Phantasie"* (Seite 22, Feynman, 2015) So beschreibt Richard P. Feynman die Quantenphysik. Und das lässt sich auch begründen. Die Quantenphysik widerspricht unseren Vorstellungen der Realität. Fundamentale Gesetze der klassischen Physik verlieren ihre Gültigkeit. Ein Beispiel dafür ist, dass nie der Ort und der Impuls von Teilchen gleichzeitig bestimmt werden kann. Ebenso ist der Ausgang eines einzelnen Experiments nicht vorhersagbar. Es ist lediglich die durchschnittliche Verteilung der gesamten Möglichkeiten bestimmbar. Ein Experiment, welches immer die gleichen Bedingungen hat, liefert nun nicht immer die gleichen Ergebnisse, sondern lediglich den gleichen Erwartungswert. Denn es ist nicht möglich vorherzusagen, welche der Möglichkeiten eintritt. In der Quantenphysik hängen alle Messwerte vom Zufall ab. Daher können immer nur Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Ergebnisse errechnet werden.

Ein wichtiges Objekt der Quantenphysik ist das sogenannte Photon. Es hat keine Ruhemasse und bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit. Photonen haben eine unendliche Lebensdauer, können aber erzeugt und vernichtet werden. Umgangssprachlich wird auch vom "Lichtteilchen" gesprochen. Das kommt daher, weil das Licht in Teilchen, eben in Photonen, gequantelt ist. Auch diese Behauptung steht augenscheinlich in Konflikt mit der ursprünglichen Beschreibung des Lichts. Das Licht als Welle mit allen dazugehörigen Welleneigenschaften. Doch dieser Konflikt ist nicht vorhanden. Es handelt sich lediglich um eine weitere Eigenart der Quantenphysik. Das Licht ist sowohl Teilchen, als auch Welle. Genannt wird dies Teilchen-Welle-Dualismus. Neben dem Dualismus des Lichts beziehungsweise des Photons, gibt es unter Anderen noch drei weitere Erscheinungen. Der Photoeffekt, der Comptoneffekt und die Paarbildung. Folgend werden diese näher erläutert. (vgl. Feynman, 1988) (vgl. <http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon>[21.12.2016])

#### 3.1 Doppelspaltexperiment

Um eine Erklärung für den Teilchen-Welle-Dualismus zu finden, kann das sogenannte Doppelspaltexperiment herangezogen werden. Zuerst sollen der Aufbau und die Ergebnisse dessen erläutert werden. Die Ergebnisse werden darauffolgend untersucht.

Ein Schirm wird mit Quantenobjekten, zum Beispiel Photonen oder Elektronen, bestrahlt. Jetzt wird ein Doppelspalt zwischen Schirm und Objektquelle gesetzt. Auf dem Schirm ist nun ein Interferenzmuster zusehen. (siehe Abb.1) Die hellen Stellen auf dem Schirm, geben viele Treffer von beispielsweise Photonen an. Die dunklen Stellen, wenige Treffer. Wenn man die Treffer nun zählt, ergibt sich eine Welle. Diese gibt die Häufigkeitsverteilung für Treffer auf dem Schirm an. (siehe Abb. 2) Das Interferenzmuster erinnert an sich Überlagernde Wasserwellen. Das lässt vermuten, dass sich Quantenobjekte, wie zum Beispiel Wasserwellen verhalten, obwohl diese einzeln auf dem

Schirm auftreffen. Sie verhalten sich eben auch wie Wellen, aber in der Quantenphysik ist eine Welle nicht stofflich zu verstehen. Sie ist eine mathematische Beschreibung physikalischer Vorgänge. Die Welle gibt in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit an, mit der sich ein Objekt wo befindet. Der Ort ist zufällig. Passiert ein Teilchen den Doppelspalt, dann ist unklar, welchen Spalt es durchlaufen wird. Die Möglichkeiten des Aufenthaltsorts überlagern sich und befinden sich damit in Superposition. Das legt die Interpretation nahe, dass ein Quantenobjekt, beide Spalte gleichzeitig durchläuft. Um dies zu untersuchen, werden an die beiden Spalte Spezialdetektoren angebracht. Diese zeigen an, ob ein Objekt einen Spalt passiert. Es ist zu beobachten, dass nie gleichzeitig ein Teilchen detektiert wird. Es ist entweder an einem Spalt, oder an dem anderen. Durch diese Messung ist der Ort des Photons exakt bekannt. Auf dem Schirm ist jetzt auch kein Interferenzmuster mehr zu sehen. Stattdessen sieht man zwei gleiche Streifen. (siehe Abb. 3) Entfernt man die Detektoren, so ist das Interferenzmuster wieder da. Der Ort ist jetzt auch wieder unbekannt. Neben dem Ort eines Photons, gibt es auch noch den Impuls. Jedem Teilchen mit bestimmten Impuls kann eine Welle zugeschrieben werden. Unterschiedliche Impulse, werden durch unterschiedliche Wellenlängen dieser beschrieben. Diese verschiedenen Möglichkeiten an Impulsen überlagern sich und bilden eine neue Welle. (siehe Superposition) Diese Welle ist nur auf bestimmte Abschnitte beschränkt. Das sogenannte Wellenpaket. Erstaunlicherweise ist das Wellenpaket, die gleiche Welle, wie die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Ortes. Daraus lässt sich ein Zusammenhang zwischen Ort und Impuls eines Photons ziehen. Dieser Zusammenhang wurde 1927 von Werner Heisenberg als Unschärferelation beschrieben. Dabei gilt die Ungleichung:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$\Delta x$  ist hierbei die Unschärfe des Ortes und  $\Delta p$  die Unschärfe des Impulses. Aus dieser Ungleichung lässt sich schließen, dass mit Zunahme der Ortsunschärfe, die Impulsunschärfe geringer wird und umgekehrt.

Ist das Wellenpaket sehr breit, so gibt es wenige Wellenlängenmöglichkeiten. Das heißt, der Impuls ist genauer bekannt. Der Impuls ist schärfer. Da nun der Ort, nach Heisenberg, unschärfer ist, gibt es ein breites Interferenzmuster. Wird der Ort gemessen und ist demnach sehr genau bekannt, ist der Impuls nur sehr unscharf. Es gibt sehr viele Möglichkeiten an Wellenlängen und somit ein kurzes Wellenpaket. Das erklärt, warum das Interferenzmuster nicht sichtbar ist, wenn der Ort gemessen wird. Im Alltag, also im unevakuierten Raum, finden ständig Ortsmessungen statt. Jede Wechselwirkung mit Materie, jeder Stoß mit einem anderen Teilchen, wird als eine solche Ortsmessung verstanden. Nach Heisenberg resultiert eine große Impulsunschärfe, weshalb wir den Teilchencharakter des Lichts so nicht wahrnehmen können.

(vgl. [https://www.matrixwissen.de/index.php?option=com\\_content&view=article&id=129:quantum-physics-and-the-double-slit-experiment&catid=125&lang=de&Itemid=105](https://www.matrixwissen.de/index.php?option=com_content&view=article&id=129:quantum-physics-and-the-double-slit-experiment&catid=125&lang=de&Itemid=105)[21.12.2016])

## 3.2 Photoeffekt

Der Photoeffekt, auch photoelektrischer Effekt genannt, bezeichnet das Herauslösen von Elektronen aus Metalloberflächen durch Bestrahlung mit Licht. (siehe Abb. 4)

Um den Photoeffekt zu untersuchen, werden folgende Experimente durchgeführt. Eine Photozelle wird mit Licht, also Photonen bestrahlt. Die Photozelle besteht aus einer Ringanode und einer Kathode in einem evakuierten Glaskolben. Die Kathode besteht meist aus Cäsium oder Zink. An diese Photozelle ist ein Amperemeter geschlossen.

Bei Versuch Eins, wird die Photozelle mit unveränderter Lichtquelle bestrahlt. Zu beobachten ist ein bestimmter Strom am Amperemeter. Dieser Strom, wird Photostrom genannt. Die Photonen werden von den Elektronen absorbiert und übertragen dabei ihre gesamte Energie auf die Elektronen. Je ein Photon wechselwirkt mit einem Elektron. Die dadurch herausgelösten Elektronen ergeben nun den benannten Photostrom.

Nun wird die Lichtquelle in einer größeren Entfernung von der Photozelle als im ersten Versuch angeschaltet. Diesmal ist der Photostrom geringer als vorher. Die Intensität des Lichtes, also die Anzahl der Photonen ist geringer. Da stets nur ein Photon mit einem Elektron wechselwirkt, stehen weniger Elektronen zu Verfügung und der Photostrom ist kleiner.

Im dritten Experiment werden nun verschiedene Farbfilter zwischen Photozelle und Lichtquelle gehalten. Zunächst wird ein Blaufilter verwendet. Nur das kurzwellige blaue Licht trifft nun auf die Photozelle. Ein Photostrom ist messbar. Jetzt wird ein Grünfilter verwendet. Auch bei grünem Licht, mit größerer Wellenlänge, als die des blauen Lichts, ist ein Photostrom messbar. Dieser ist jedoch kleiner, als bei blauem Licht. Als letztes wird ein Rotfilter genutzt. Bei diesem langwelligem Licht kann nahezu kein Photostrom gemessen werden. Nur Licht mit kurzer Wellenlänge, also hochenergetische Photonen rufen demnach einen Photostrom hervor, welcher direkt Proportional zur dieser ist.

Im letzten Experiment wird erneut ein Rotfilter verwendet, aber versucht durch Intensitätserhöhung dennoch einen Photostrom zu erzeugen. Der Versuch scheitert jedoch, da jetzt zwar mehr Photonen absorbiert werden können, aber die Energie jedes einzelnen Photon gleich bleibt. Die Intensität des Lichts, geht nicht mit der Energie jedes einzelnen Photonen, sondern mit der Anzahl der Photonen einher. Dies widerspricht dem Wellenmodell des Lichts, kann aber mit der Quantisierung des Lichts in Photonen erklärt werden. Somit ist dies eine weitere Bestätigung des Photoeffekts.

Aus Versuch Drei konnte geschlossen werden, dass nur bei bestimmter Energie Elektronen aus Metallen herausgelöst werden können. Diese wird Austrittsarbeit oder Auslöseenergie genannt, ist kennzeichnend für verschiedene Metalle und damit eine Stoffkonstante. (vgl. <http://www.leifi-physik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/photoeffekt>[21.12.2016])



### 3.3 Comptoneffekt

Der Compton-Effekt, auch Compton-Streuung genannt, bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge eines Photons, durch den elastischen Stoß mit einem Elektron. (siehe Abb. 5)

(vgl. <http://www.chemie.de/lexikon/Compton-Effekt.html> [31.08.2016])

Benannt wurde der Compton-Effekt nach seinem Entdecker Arthur Holly Compton. Dieser hat den Compton-Effekt im Jahre 1922 mit folgendem Experiment entdeckt:

Mit einer Röntgenröhre wird ein Streukörper aus Graphit bestrahlt. Bei der Röntgenstrahlung handelt es sich um monochromatische Strahlung, d.h. Strahlung mit einer bestimmten Wellenlänge

$\lambda$ . Dabei stellte Compton fest, dass die Streustrahlung eine größere Wellenlänge  $\lambda'$  hat.

Diese ist abhängig vom Streuwinkel  $\alpha$ . (vgl. <http://www.abi-physik.de/buch/quantenmechanik/compton-effekt/> [31.08.2016])

Der Compton-Effekt lässt sich wie folgt herleiten. Die Summe der Energie von Elektron und Photon

$E_\gamma + E_e$ , ist gleich der Summe nach dem Stoß  $E_\gamma' + E_e'$ . Gleiches gilt für die Impulse

$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_e = \vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e'$  (2). Da das Elektron vor dem Stoß keinen Impuls besitzt, ist  $\vec{p}_e$  zu strei-

chen. Der Impuls des Elektrons nach dem Stoß, lässt sich über den Kosinussatz berechnen (Abb. ...), da der Impuls eine vektorielle Größe ist (Abb. ...):

$$\vec{p}_e'^2 = \vec{p}_\gamma'^2 + \vec{p}_\gamma^2 - 2|\vec{p}_\gamma \vec{p}_\gamma'| \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

Die Energie des Elektrons nach dem Stoß lässt sich über die relativistische Energie-Impuls-Beziehung  $E_e'^2 = E_e^2 + c^2 \vec{p}_e'^2$  (4) berechnen. Die Photonenenergie, kann man über folgende Gleichungen berechnen:

$$E_\gamma = |\vec{p}_\gamma| c \quad (5)$$

$$E_\gamma' = |\vec{p}_\gamma'| c \quad (6)$$

Über diese Gleichungen kann jetzt die Herleitung erfolgen. Zuerst, wird der Energieerhaltungssatz nach  $E_e'$  umgestellt:

$$E_e' = E_\gamma + E_e - E_\gamma' \quad (7)$$

Die Gleichung (4) nach  $p_e'^2$  umgestellt ergibt:

$$\vec{p}_e'^2 = \frac{E_e'^2 - E_e^2}{c^2} \quad (8)$$

Die Photonenimpulsgleichungen 5) und 6) werden jeweils nach dem Impuls umgestellt:

$$|\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c} \quad (9)$$

$$|\vec{p}_\gamma'| = \frac{E_\gamma'}{c} \quad (10)$$

Anschließend wird Gleichung (7) in (8) eingesetzt:

$$\vec{p}_e'^2 = \frac{(E_\gamma + E_e - E_\gamma')^2 - E_e^2}{c^2} \quad (11)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (9), (10) und (11) in Gleichung (3) ergibt sich:

$$\frac{(E_\gamma + E_e - E_\gamma')^2 - E_e^2}{c^2} = \frac{E_\gamma^2}{c^2} + \frac{E_\gamma'^2}{c^2} - 2 \frac{E_\gamma E_\gamma'}{c^2} \cdot \cos \alpha \quad (12)$$

Jetzt wird mit  $c^2$  multipliziert, vereinfacht und anschließend mit  $\frac{1}{E_\gamma E_\gamma' E_e}$  multipliziert:

$$2 E_\gamma E_e - 2 E_\gamma E_\gamma' - 2 E_\gamma' E_e = -2 E_\gamma E_\gamma' \cos \alpha$$

$$\frac{1}{E_\gamma'} - \frac{1}{E_e} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{-\cos \alpha}{E_e} \quad (13)$$

Mit der Energieformel eines Photons  $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$  und anschließender Umformung, erhält man:

$$\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc} = \frac{1}{E_e} (1 - \cos \alpha) \quad (14)$$

Das  $h$  ist hierbei das Plank'sche Wirkungsquantum, welches konstant  $6,626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$  beträgt.

Durch Multiplikation mit  $(hc)$  und Einsetzen der Formel für die Ruheenergie eines Elektrons

$E_e = m_e c^2$  ergibt sich:

$$\lambda_\gamma' - \lambda_\gamma = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \alpha) \quad (15)$$

Der Term  $\frac{h}{m_e c}$  beschreibt die sogenannte Compton-Wellenlänge  $\lambda_C$ . Letztendlich erhält

man die Comptongleichung  $\Delta \lambda_\gamma = \lambda_C (1 - \cos \alpha)$  (16).

Da die Compton-Wellenlänge konstant ist ( $\lambda_C = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{m}$ ), hängt demnach die Veränderung der Photonenwellenlänge nur noch vom Streuwinkel  $\alpha$  ab. Mit dieser Gleichung sind die praktischen Beobachtungen beschrieben. (vgl. [http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/-quantenobjekt-photon/compton-effekt\[31.08.2016\]](http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/-quantenobjekt-photon/compton-effekt[31.08.2016]))

### 3.4 Paarbildung

Paarbildung ist die Erzeugung eines Teilchens und seines Antiteilchens. Im folgenden wird die Elektron-Positron Bildung betrachtet. (siehe Abb. 6) Wenn ein Photon mehr als die doppelte Ruheenergie des Elektrons besitzt, kann im elektrischen Feld eines Atomkerns Paarbildung auftreten.

Dies entspricht 1,022 MeV. Dabei löscht sich ein Photon zu einem Positron und einem Elektron aus. Die fast gesamte Energie des Photons wird in kinetische Energie der Teilchen umgewandelt. Der inverse Prozess zur Paarbildung ist die Teilchen-Antiteilchen Annihilation. Das ist die Auslöschung eines Positrons und eines Elektrons. Um Energie- und Impulserhaltung nicht zu verletzen, muss von mindestens Zwei erzeugten Photonen ausgegangen werden. (vgl. Seite 124, Feynman, 1988)

#### 4 Quantenbeschreibung von Bremsstrahlung

Die quantentheoretische Beschreibung des Lichts, setzt nun auch eine quantentheoretische Beschreibung von Bremsstrahlung voraus. Demnach emittiert ein geladenes Teilchen einzelne Photonen. Diese bilden die elektromagnetische Bremsstrahlung. Die Theorie welche dieser Beschreibung zugrunde liegt, ist die sogenannte Quantenelektrodynamik (QED).

Die QED ist die genaueste vom Menschen aufgestellte Theorie. Sie beschreibt die Wechselwirkung von Teilchen mit elektromagnetischen Feldern über den Austausch virtueller Photonen. Begründet wurde sie unter Anderen von Richard P. Feynman. (vgl. <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/quantenelektrodynamik/11848>[21.12.2016])

Ein Beispiel ist folgende Situation: Ein Elektron und ein Positron werden in einem Beschleuniger auf sehr hohe Energie beschleunigt und dann aufeinander geschossen. Nun löschen sich Positron und Elektron zu einem Photon aus. Dieses splittet sich nun wieder in ein Elektron-Positron Paar auf. Nun wird nur noch das Elektron betrachtet. Dieses splittet sich in ein Elektron und ein Photon auf ( $e \rightarrow e\gamma$ ). Bis eine minimale Energie vom Elektron erreicht ist, finden nun weitere Splittings statt. Diese weitere Photonenabstrahlung nennt man nun Bremsstrahlung. Die Menge aller Splittings wird auch als Schauer bezeichnet. Berechnungen zur genauen Bahn, welche die Teilchen in diesem Schauer zurücklegen, erfordern hochkomplexe Rechnungen. Über eine numerische Simulation kann jedoch eine einfache Auswertung erfolgen.

## 5 Simulation von Bremsstrahlung

In dieser Simulation wird die Photonenemission von Elektronen simuliert. Als Programmiersprache dient hierbei Python. Python bietet den Vorteil vergleichsweise gut lesbar und einfach strukturiert zu sein. Ziel dieser Simulation soll ein Histogramm sein. Dieses soll die Splittingwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Energie des Elektrons darstellen.

### 5.1 Vorstellung benötigter Gleichungen

Es soll die Photonenemission von Elektronen simuliert werden. Der QED, kann die Nichtsplittingwahrscheinlichkeit für ein Elektron entnommen werden:

$$P(t) = \exp\left[-\int^t \dot{t} \frac{d\bar{t}}{t} \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz \frac{\alpha}{2\pi} P_{e\gamma}(z)\right] =: \exp\left[-\int^t d\bar{t} f(\bar{t})\right] \quad (1)$$

mit

$$P_{e\gamma}(z) = \frac{1+z^2}{1-z} \quad (2)$$

Ein neues  $t'$ , wird über die Gleichung

$$t' = t \cdot R^{\frac{1}{\frac{\alpha}{2\pi} I(z_{max})}} \quad (3)$$

bestimmt.  $R$  ist dabei eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1.  $I(z_{max})$  ergibt sich über die Integration eines Überschätzers für  $P_{e\gamma}(z)$ . Dabei ist  $E(z_{max})$  die überschätzte Funktion. Das Integral darüber ausgerechnet, mit Ersetzung der unteren Integrationsgrenze durch 0 ergibt dann  $I(z_{max})$ .

$$P_{e\gamma}(z) = \frac{1+z^2}{1-z} < \frac{2}{1-z} =: E(z_{max}) \quad (4)$$

$$\int_0^{z_{max}} dz \frac{2}{1-z} = -2 \ln(1-z_{max}) =: I(z_{max}) \quad (5)$$

Zu  $t'$  wird ein zugehöriges  $z$  bestimmt.  $z$  wird, als der Energieanteil, auf den die Elektronenenergie durch die Emission reduziert wird, interpretiert.

$$z = 1 - (1 - z_{max})^R \quad (6)$$

## 5.2 Erklärung der Programmierungen

Alle Teilchen werden zunächst als Masselos angenommen. Nachdem notwendige Bibliotheken eingebunden sind, werden nun die Funktionen  $P_{e\gamma}(z)$ ,  $I(z_{max})$ ,  $E(z_{max})$  und  $z$  implementiert. (siehe Abb.) Detektoren können nur Photonen mit einer Mindestenergie aufspüren. Daher werden nur Emissionen simuliert, bei denen das Photon den Mindestanteil  $z_{cut}$  der Elektronenenergie erhält. Woraus sich

$$z_{max} = 1 - z_{cut} \quad (7)$$

ergibt.

Nachdem nun alle Funktionen implementiert wurden, kann nun mit dem eigentlichen Algorithmus begonnen werden. Dieser wird Veto-Algorithmus genannt. Dabei ist das Akzeptieren des Splittings mit der Wahrscheinlichkeit  $P_{e\gamma}(z)/E(z)$  der kennzeichnende Veto-Schritt. Dazu wird die Funktion "Emission" erstellt.

Als erstes wird ein neues  $t'$  nach Gleichung (3) bestimmt. Ist  $t'$  größer, als  $t=0$ , so wird ein zugehöriges  $z$  nach Gleichung (6) berechnet. Jetzt folgt der benannte Veto-Schritt. Das erzeugte  $t' - z$ -Paar, wird mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P_{e\gamma}(z)/E(z)$  akzeptiert. Dieser Wert, wird nun mit einer Zufallszahl zwischen 0 und 1 (R) verglichen. Ist  $P_{e\gamma}(z)/E(z)$  größer als R, so findet ein Splitting statt. Bis  $t=0$  erreicht ist, wird der Algorithmus wiederholt und der Shower wird simuliert. (siehe Abb.7)

## 5.3 Ergebnis und Auswertung

Die Strahlung wird bei einer Schwerpunktenenergie von 91,2 GeV simuliert. Anschaulich kann dies mit einem Histogramm gemacht werden. (siehe Abb. 8) In diesem Fall wurde der Algorithmus 1000000 mal wiederholt. Auf der Abszissenachse befindet sich die Schwerpunktenenergie  $m_{ee}$  der beiden Elektronen. Auf der Ordinatenachse ist die Wahrscheinlichkeit für diesen Wert  $P(m_{ee})$  abgetragen. Aus dem Histogramm lässt sich entnehmen, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Emission bei einer bestimmten Schwerpunktenenergie, mit Energieabnahme abnimmt.

## 6 Anwendung von Bremsstrahlung als Röntgenstrahlung

Bremsstrahlung wird im Alltag vor allem in Form von Röntgenstrahlung verwendet. Erzeugt werden sie in Röntgenstrahlröhren. Diese sind wie eine Elektronenstrahlröhre aufgebaut. In einem evakuierten Glaskolben befindet sich eine Glühwendel als Elektronenquelle und Anode und eine Kathode. In einem elektrischen Feld zwischen Anode und Kathode, werden die Elektronen auf sehr hohe Energien beschleunigt. Treffen sie nun auf die Kathode, so werden sie stark abgebremst. Dabei emittieren sie Photon mit einer Frequenz im Röntgenwellenbereich. (siehe Abb. 9)

Röntgenstrahlen werden im Bereich der Medizin vielfältig genutzt. In der Röntgendiagnostik werden sie zur Untersuchung von Körperteilen verwendet. Dazu wird das Körperteil zwischen die Röntgenröhre und einen Röntgenfilm gebracht und anschließend bestrahlt. Aufgrund der verschiedenen durchstrahlbarkeit von Knochen und Geweben, werden Knochen auf dem Röntgenfilm gut sichtbar. Hierbei wird mit Beschleunigungsspannungen von 50 kV bis 150 kV gearbeitet. Bei Beschleunigungsspannungen zwischen 200 kV und 300 kV entsteht sogenannte harte Röntgenstrahlung. Diese ist sehr kurzweilig und wird in der Röntgentherapie verwendet. Aufgrund der hohen Energie dieser Strahlung, können durch Bestrahlung Tumore abgetötet werden. Bei der Werkstoffprüfung wird die hohe Durchdringungsfähigkeit der Röntgenstrahlung genutzt. Damit werden beispielsweise die Qualität von Schweißnähten oder Materialfehler in massiven Werkstücken geprüft. (vgl. <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/roentgenstrahlung-entstehung-eigenschaften-anwendungen>[21.12.2016])

## **7 Fazit**

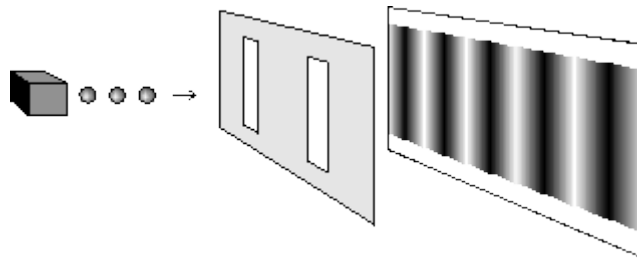
Es hat sich bei dieser Arbeit vor allem die Vielschichtigkeit der Quantenphysik bewiesen. Aufgrund der großen Komplexität der Quantentheorie und der äußerst schwierigen Berechnungen, ist es notwendig gewesen, sich auf das wesentliche zu beschränken.

Über die Simulation konnte eine gute Annäherung an die Wirklichkeit erfolgen, ohne dabei schwierige mathematische Berechnungen zu benötigen.

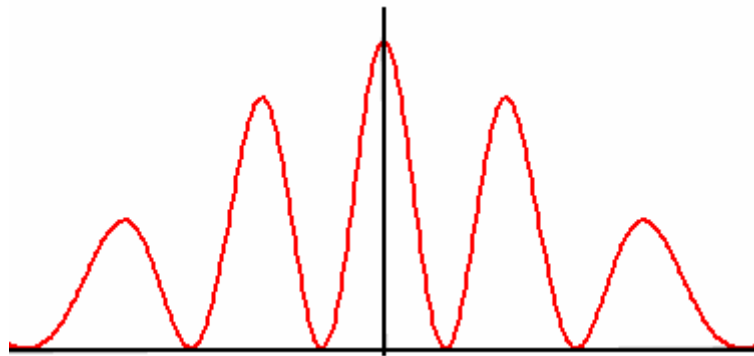


## 8 Materialteil

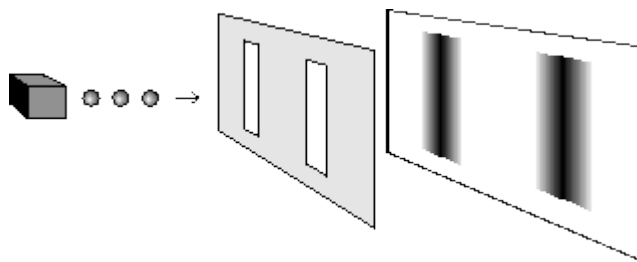
### 8.1 Abbildungsverzeichnis



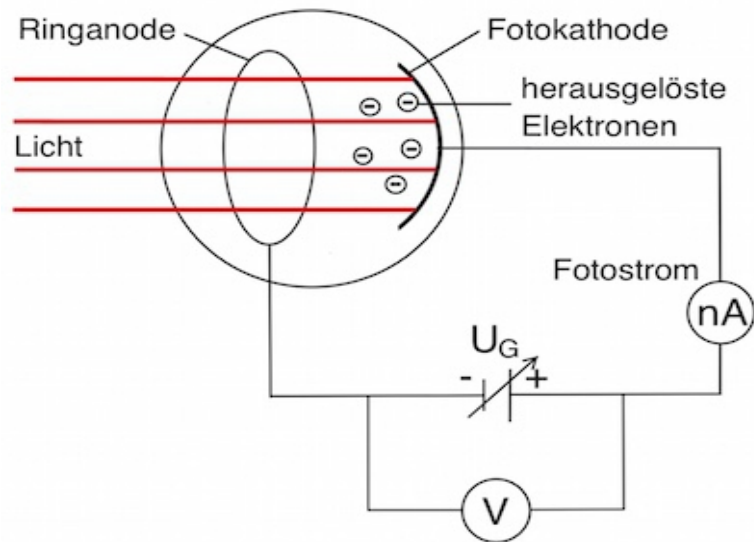
**Abb. 1: Interferenzmuster**



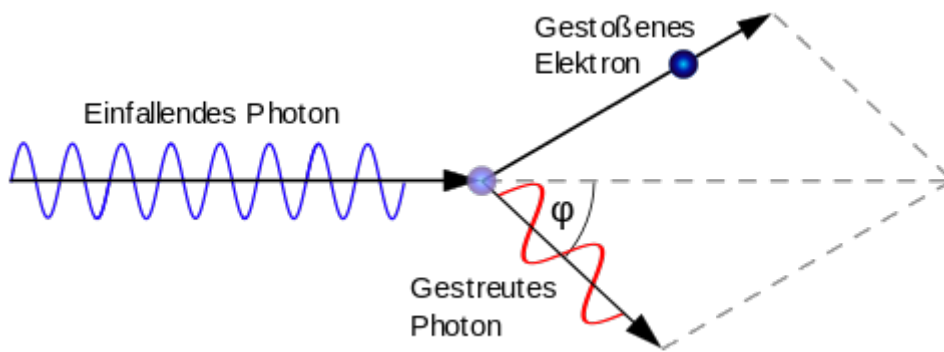
**Abb. 2: Häufigkeitsverteilung**



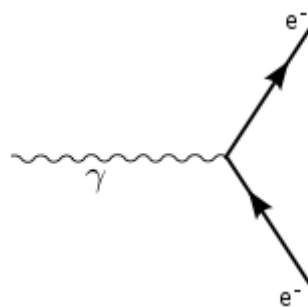
**Abb. 3: Mit Detektoren, Kein Interferenzmuster**



**Abb. 4: Versuchsaufbau zum Photoeffekt**



**Abb. 5: Comptoneffekt**



**Abb. 6: Feynman-Diagramm zur Paarbildung**

```

import math as m
import random as r
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

def Mass2(E1, E2):
    return (E1+E2)**2 - (E1-E2)**2

def P(z):
    return (1+z*z)/(1-z)

def E(z_max):
    return 2./(1.-z_max)

def I(z_max):
    return -2*m.log1p(-z_max)

def z(z_max):
    return 1.-m.pow((1.-z_max), r.random())

class Shower:
    def __init__(self, alpha=1./137., z_cut=0.000001):
        self.alpha = alpha
        self.z_cut = z_cut
    def Run(self, ee, t0=0.000001):
        self.t = Mass2(ee[0], ee[1])
        self.t0 = t0
        while self.t > t0:
            self.Emission(ee)

Shower.Run = Run

def Emission(self, ee):
    s = None
    tt = self.t0
    g = self.alpha/(2.*m.pi)*I(1.-self.z_cut)
    tt1 = self.t * m.pow(r.random(), (1./g))
    tt2 = self.t * m.pow(r.random(), (1./g))
    if tt1 > tt:
        tt = tt1
        s = 0

    if tt2 > tt:
        tt = tt2
        s = 1

    self.t = tt

    if self.t > self.t0:
        z_new = z(1.-self.z_cut)
        if z_new > self.z_cut:
            if P(z_new)/E(z_new) > r.random():
                ee[s] = ee[s]*z_new

Shower.Emission = Emission

shower = Shower()
r.seed(123456)
sqrtS = []
for i in range(1000000):
    ee = [45.6, 45.6]
    shower.Run(ee)
    sqrtS.append(m.sqrt(Mass2(ee[0], ee[1])))
plt.hist(sqrtS, bins=100, normed=True)
plt.ylabel('P(m_ee)')
plt.xlabel('m_ee')
plt.yscale('log')
plt.grid()
plt.show()

```

Abb. 7: Programmcode zur Simulation

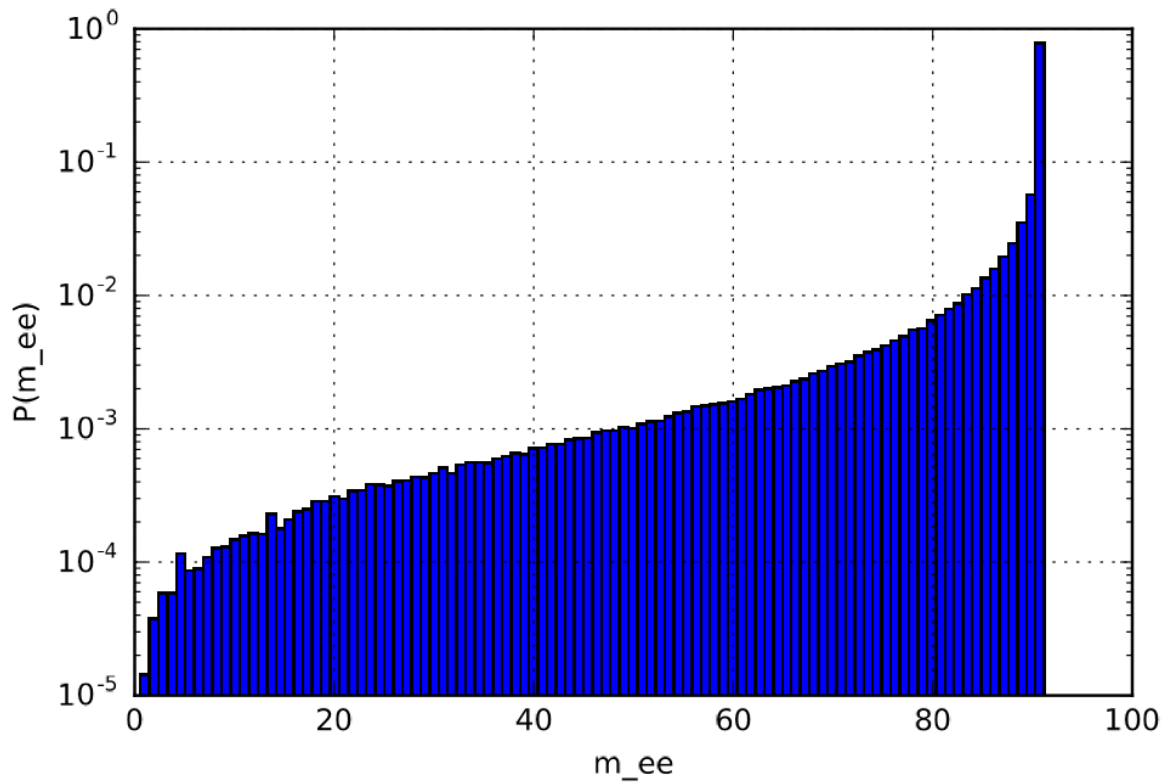


Abb. 8: Histogramm

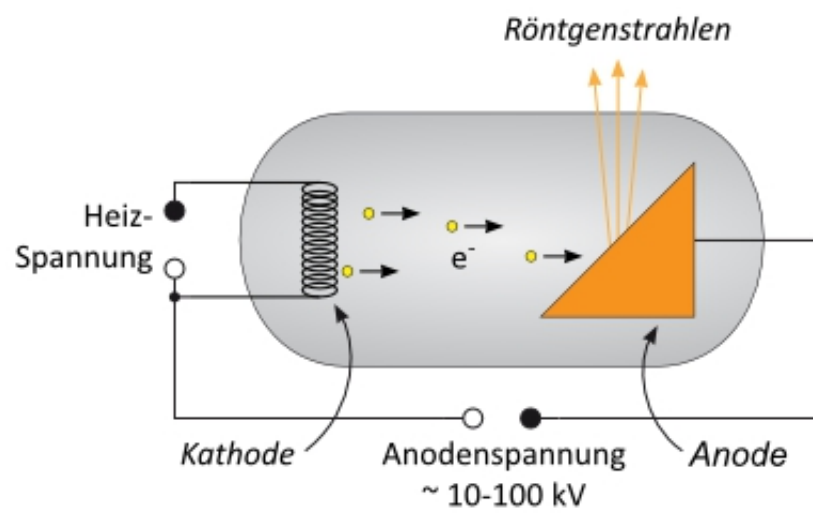


Abb. 9: Röntgenröhre

## 8.2 Textquellenverzeichnis

### 8.2.1 Literaturquellen

1. Amsler, Claude: Kern- und Teilchenphysik. vdf Hochschulverlag AG, 2007  
Seiten: 121f
2. Feynman, Richard P.: Vorlesungen über Physik 1 / Mechanik. Berlin/ Boston: Walter de Gruyter GmbH & co KG, 2015  
Seiten: 22
3. Feynman, Richard P.: QED / Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie. München: Piper Verlag GmbH, 1988  
Seiten: 124
4. Feynman, Richard P.: Quantenelektrodynamik. München: Oldenbourg Verlag GmbH, 1992

### 8.2.2 Internetquellen

1. [http://www.feynmanlectures.caltech.edu/l\\_28.html](http://www.feynmanlectures.caltech.edu/l_28.html)[21.12.2016]
2. <http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon>[21.12.2016]
3. [https://www.matrixwissen.de/index.php?option=com\\_content&view=article&id=129:quantum-physics-and-the-double-slit-experiment&catid=125&lang=de&Itemid=105](https://www.matrixwissen.de/index.php?option=com_content&view=article&id=129:quantum-physics-and-the-double-slit-experiment&catid=125&lang=de&Itemid=105)[21.12.2016]
4. <http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-photon/photoeffekt>[21.12.2016]
5. <http://www.chemie.de/lexikon/Compton-Effekt.html>[31.08.2016]
6. <http://www.abi-physik.de/buch/quantenmechanik/compton-effekt>[31.08.2016]
7. <http://www.leifiphysik.de/quantenphysik/-quantenobjekt-photon/compton-effekt>[31.08.2016]
8. <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/quantenelektrodynamik/11848>[21.12.2016]
9. <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/roentgenstrahlung-entstehung-eigenschaften-anwendungen>[21.12.2016]

### 8.3 Quellenverzeichnis der Abbildungen

- Abb. 1: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~bohmmech/Poster/post/img5.gif>  
[21.12.2016]
- Abb. 2: [http://www.dieter-heidorn.de/Physik/SS/K11\\_Quanten/K2\\_Materie/K22\\_ElektronQuantenobjekt/K22\\_ElektronQuantenobjekt\\_html\\_m5422adca.gif](http://www.dieter-heidorn.de/Physik/SS/K11_Quanten/K2_Materie/K22_ElektronQuantenobjekt/K22_ElektronQuantenobjekt_html_m5422adca.gif)[21.12.2016]
- Abb. 3: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~bohmmech/Poster/post/img4.gif>  
[21.12.2016]
- Abb. 4: <http://physikunterricht-online.de/wp-content/uploads/2014/11/Gegenfeldmethode-Fotozelle.jpg>[21.12.2016]
- Abb. 5: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5c/Compton\\_scattering-de.svg/500px-Compton\\_scattering-de.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5c/Compton_scattering-de.svg/500px-Compton_scattering-de.svg.png)[21.12.2016]
- Abb. 6: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/ca/Feynmandiagram.svg/220px-Feynmandiagram.svg.png>[21.12.2016]
- Abb. 7: Fred Schmidt
- Abb. 8: ebenda
- Abb. 9: <https://lp.uni-goettingen.de/get/image/6621>[21.12.2016]

## **Selbstständigkeitserklärung**

Ich versichere, dass ich diese Besondere Lernleistung selbstständig verfasst und keine anderen, als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Stellen der Besonderen Lernleistung, die anderen Werken dem Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind unter Angaben der Quellen als solche kenntlich gemacht.

---

Ort, Datum

Unterschrift