WS2020/21: Rechenmethoden für Lehramt Physik
Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
Dozent: Hong-Hao Tu

Ausgabe: 26.10.2020
Abgabe: 06.11.2020, 17:00

Übungsblatt 1

1. **Die BAC-CAB-Regel** (2 Punkte)

Beim Rechnen mit mehrfachen Kreuzprodukten ist oft die Graßmann-Identität, auch BAC-CAB-Regel genannt, hilfreich:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b}).$$

Überprüfen Sie diese mit drei allgemeinen drei-komponentigen Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$.

2. **Rechnen mit Basisvektoren** (3+2 Punkte)

Gegeben seien drei orthonormale Basisvektoren $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ eines dreidimensionalen Vektorraums.

(a) Berechnen Sie die folgenden Skalarprodukte:

$$\vec{e}_3 \cdot (5\,\vec{e}_1 + 7\,\vec{e}_2)\,, \qquad (6\,\vec{e}_3 - 3\,\vec{e}_2) \cdot (9\,\vec{e}_1 + 4\,\vec{e}_2 + 5\,\vec{e}_3)\,, \qquad (\vec{e}_1 + 2\,\vec{e}_2 + \vec{e}_3) \cdot (3\,\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3)\,.$$

(b) Finden Sie einen nicht-verschwindenden Vektor $\vec{c}$, der senkrecht auf den beiden Vektoren

$$\vec{a} = 3\,\vec{e}_1 + 6\,\vec{e}_3, \qquad \vec{b} = 2\,\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

steht. *Hinweis*: Der Vektor $\vec{c}$ sollte $\vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{b} = 0$ erfüllen.

3. **Lineare Unabhängigkeit** (3 Punkte)

Sind die drei Vektoren $\vec{v}_1 = (0, 1, 2)^T$, $\vec{v}_2 = (1, -1, 1)^T$ und $\vec{v}_3 = (2, -1, 4)^T$ linear unabhängig? Warum?

4. **Orthonormalbasis** (2+3 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)^T$ und $\vec{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)^T$ eine Orthonormalbasis in zwei Dimensionen bilden.

(b) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{e}_1 = \frac{1}{9}(-4, -8, 1)^T$, $\vec{e}_2 = \frac{1}{9}(4, -1, 8)^T$ und $\vec{e}_3 = \frac{1}{9}(-7, 4, 4)^T$ eine Orthonormalbasis in drei Dimensionen bilden.