WS2020/21: Rechenmethoden für Lehramt Physik — Ausgabe: 02.11.2020
Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
Dozent: Hong-Hao Tu

Übungsblatt 2

1. **Dreiecksungleichung und Schwarzsche Ungleichung** (2+1+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die beiden Definitionen des Skalarprodukts

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x\, b_x + a_y\, b_y + a_z\, b_z$$
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\, |\vec{b}|\, \cos(\theta)$$

äquivalent sind, wobei θ der von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eingeschlossene Winkel ist. *Hinweis*: Wählen Sie das Koordinatensystem geschickt!

(b) Beweisen Sie den aus der ebenen Trigonometrie bekannten Kosinussatz mit Hilfe des Skalarprodukts.

(c) Zeigen Sie, dass die Dreiecksungleichung

$$|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

und die Schwarzsche Ungleichung

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}||\vec{b}|$$

gelten.

2. **Flächeninhalte** (3 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Punkten $(x, y) = (2,\, 1)$, $(x, y) = (0,\, 2)$ und $(x, y) = (0,\, 0)$ aufgespannt wird mit Hilfe der Längen der Dreiecksseiten sowie mittels des Kreuzprodukts.

3. **Umkehrfunktionen** (1+1+1+1 Punkte)

Geben Sie die Umkehrfunktionen folgender Funktionen an und zeichnen Sie die ersten drei Umkehrfunktionen gemeinsam mit der ursprünglichen Funktion.
(i) $f(x) = \ln(x + 4)$,
(ii) $f(x) = 8\,x - 7$,
(iii) $f(x) = \cos(4\,x)$,
(iv) Die Umkehrfunktion einer allgemeinen Umkehrfunktion $f^{-1}(\frac{x}{3})$.

4. **Elektromagnetische Felder** (1+1+1 Punkte)

In der Physik bezeichnet man mit dem Wort "Feld" eine Funktion, die jedem Punkt $\vec{r}$ im Raum und jedem Zeitpunkt t einen Wert zuordnet. Ein Vektorfeld ordnet jedem Punkt $\vec{r}$ im Raum und jedem Zeitpunkt t einen Vektor mit bestimmtem Wert zu. Hängt das Feld nicht von der Zeit hab (ist es also zeitlich konstant), so nennt man es "statisch". Beispiele für wichtige Vektorfelder in der Physik, die auch statisch sein können, sind das elektrische Feld $\vec{E}$ und magnetische Feld $\vec{B}$. Skizzieren und beschreiben Sie die folgenden (statischen) elektrischen und magnetischen Felder, indem Sie das Feld für eine angemessene Anzahl von Punkten auswerten (also so viele Punkte, dass man auch etwas erkennen kann):

(a) Das elektrische Feld eines Plattenkondensators mit Platten senkrecht zur x-Achse bei $x = 0$ und $x = L$ mit

$$\vec{E}(\vec{r}) = \mathcal{E}\, \vec{e}_x \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \mathcal{E} > 0 & \text{für } 0 \leq x \leq L, \\ \mathcal{E} = 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) Das elektrische Feld einer Punktladung mit

$$\vec{E}(\vec{r}) = \mathcal{E}\,\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad \text{(setzen Sie der Einfachheit } \mathcal{E} \to 1\text{)}.$$

(c) Das Magnetfeld eines stromdurchflossenen Drahts, der entlang der z-Achse gespannt ist (dieser ist der Einfachheit halber als unendlich lang angenommen):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mathcal{B}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}\frac{1}{x^2+y^2} \quad \text{(setzen Sie der Einfachheit } \mathcal{B} \to 1\text{)}.$$