WS2020/21: Rechenmethoden für Lehramt Physik | Ausgabe: 07.12.2020
Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
Dozent: Hong-Hao Tu

Übungsblatt 7

---

1. **Totales Differential** (4 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x, y, z) = \frac{\cos(2\,x)\,y}{z^2}.$$

Bestimmen Sie das totale Differential

$$df(x, y, z) = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} dz.$$

Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differentials an der Stelle $x = 1$, $y = 2$, $z = -2$ eine Näherung für die Änderung des Funktionswertes beim Übergang von der Stelle $x = 1$, $y = 2$, $z = -2$ zur Stelle $x = 0.9$, $y = 2.1$, $z = -2.1$. Wie groß ist die exakte Änderung?

2. **Taylor-Entwicklungen** (2+2 Punkte)

Taylor-entwickeln Sie folgende Funktionen. Dabei können Sie wählen, ob Sie die entsprechenden Ableitungen berechnen um die Koeffizienten der Taylorreihe zu bestimmen, oder ob Sie die bekannten Entwicklungen von $\sin(x)$, $\frac{1}{1-x}$ und $\ln(1 + x)$ einsetzen.

(a) $f(x) = \frac{1}{1-\sin(x)}$ um $x = 0$, bis einschließlich vierter Ordnung.

(b) $g(x) = \sin(\ln(x))$ um $x = 1$, bis einschließlich zweiter Ordnung.

3. **Taylor-Entwicklung in zwei Dimensionen** (2+2 Punkte)

Geben Sie die Taylor-Entwicklung der Funktion $g(x, y) = e^x \cos(x + 2y)$ in x und y um den Punkt $(x, y) = (0, 0)$ an. Berechnen Sie explizit alle Terme bis einschließlich zweiter Ordnung,

(a) durch Ausmultiplizieren der Reihenentwicklungen der Exponential- und Cosinus-Funktionen;

(b) mittels der Formel für die Taylorreihe einer Funktion von zwei Variablen.

4. **Extremwerte einer Funktion mit zwei Variablen** (2+2 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$.

(a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx}. Bestimmen Sie das totale Differential $\mathrm{d}f$.

(b) Finden Sie die Extremwerte der Funktion.