
Übungsblatt 13

1. Inhomogene lineare Differentialgleichung: Variation der Konstanten

Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung $\dot{x} + 2x = t$ mit $x(0) = 0$, wie folgt:

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung.
- Finden Sie dann durch Variation der Konstanten die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung.
[Kontrollergesult: $x(-\ln 2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$.]

2. Gekoppelte Differentialgleichungen

Lösen Sie die gekoppelte Differentialgleichungen,

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix}$$

mit Randbedingung $f(0) = 1$ und $g(0) = 3$.

3. Komplexe Zahlen: Grundlagen

- Bestimmen Sie den Betrag und das Argument der folgenden komplexen Zahlen:

$$z_1 = 7 + 3i, \quad z_2 = -1 + 2i, \quad z_3 = -4 + 9i, \quad z_4 = 5i.$$

- Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

$$z_5 = 25e^{i0.2}, \quad z_6 = -9e^{i\pi/2}, \quad z_7 = -2e^{-i\pi}, \quad z_8 = e^{3+2i}.$$

- Zeigen Sie, dass für jede komplexe Zahl z

$$z \cdot z^* = |z|^2$$

gilt.

- Berechnen Sie alle 6 Werte von z , die die Gleichung

$$z^6 = 2$$

erfüllen.