

---

## Übungsblatt 2

---

### 1. Rechnen mit Vektoren

- (a) Zerlegen Sie den Vektor  $\vec{a} = (1, 0, 2)^T$  in einen Vektor  $\vec{a}_{\parallel}$  und einen Vektor  $\vec{a}_{\perp}$  senkrecht zum Vektor  $\vec{b} = (2, 1, 0)^T$ .
- (b) Bestimmen Sie einen Vektor  $\vec{c}$  orthogonal zu  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .
- (c) Berechnen Sie das Spatproduct  $V = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ .

### 2. Matrixmultiplikation

Berechnen Sie alle möglichen Produkte von Paaren der folgenden Matrizen (inklusive deren Quadrate, wo möglich):

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -5 & 2 & 7 \\ 3 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 4 & 4 & -4 \\ -4 & -4 & 6 \end{pmatrix}.$$

### 3. Spur

Berechnen Sie für die Matrizen

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

die Spur  $\text{Sp}(XZ)$ . Erklären den Zahlenwert des Ergebnisses in Anbetracht der allgemeinen Rechenregeln für die Spur und indem Sie  $XZ$  und  $ZX$  explizit berechnen und vergleichen.

### 4. Determinante

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & -4 & 1 \\ -4 & 2 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$