Übungsblatt 3

1. **Gauß-Verfahren**

Lösen Sie folgendes lineares Gleichungsystem mit dem Gauß-Verfahren.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 1\,, \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & -2\,, \\ -x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & - & x_3 & = & 0\,. \end{array}$$

2. **Gauß-Jordan-Verfahren**

(a) Bestimmen Sie das Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

mittels Gauß-Jordan-Verfahren.

(b) Überprüfen Sie anschließend durch Matrixmultiplikation, dass tatsächlich $AA^{-1} = A^{-1}A = \mathbb{1}_{3\times 3}$ gilt.

3. **Der Levi-Civita-Tensor**

Beweisen Sie mit Hilfe des Levi-Civita-Tensors die Zyklizität des Spatprodukts

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}),$$

die BAC-CAB-Regel

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

die Jacobi-Identität

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

und die Lagrange-Identität

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\,(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})\,(\vec{b} \cdot \vec{c}),$$

wobei $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ Vektoren in drei Dimensionen sind.