Elektrodynamik für das Lehramt WS 21/22

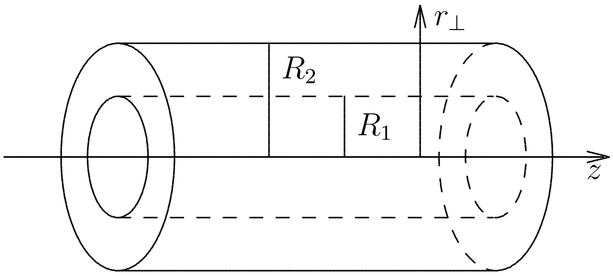
DR. L. JANSSEN **5. Übung (Besprechung: 15.-19.11.21)**

---

1. Elektrisches Feld eines Zylinderkondensators

Gegeben sei ein Zylinderkondensator bestehend aus zwei dünnen konzentrischen Zylindermänteln mit den Radien R_1 und R_2. Die Zylinder sollen hinreichend (unendlich) lang sein, damit Randeffekte vernachlässigt werden können. Auf dem inneren Mantel befinde sich pro Länge L des Zylinders eine Ladung Q_L (homogen verteilt, $Q_L > 0$), auf dem äußeren sei die Ladung pro Länge L gleich $-Q_L$.

Berechnen Sie unter Ausnutzung der Symmetrie des Problems und mit Hilfe des Gaußschen Durchflutungsgesetzes das elektrische Feld innerhalb des inneren Zylinders ($r_\perp < R_1$), zwischen den Zylindermänteln ($R_1 < r_\perp < R_2$) und außerhalb des äußeren Zylinders ($r_\perp > R_2$).



2. Magnetische Induktion in einer quadratischen Leiterschleife

Gegeben sei ein inhomogenes magnetisches Feld $\vec{B}(\vec{r}) = \beta x \vec{e}_y$ ($\beta =$ konst.). Eine Leiterschleife in Form eines Quadrates der Seitenlänge a parallel zur xz-Ebene bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ in x-Richtung. Zur Zeit $t = 0$ liege die linke Kante bei $x = 0$.

(a) Bestimmen Sie die in der Schleife induzierte Spannung U^{ind}.

(b) Wie groß ist der induzierte Strom in der Schleife, wenn ihr Widerstand R beträgt?

(c) Welche (äußere) Kraft ist notwendig, um die Bewegung der Leiterschleife mit konstanter Geschwindigkeit zu realisieren?

3. Quellendichte eines Magnetfeldes

Untersuchen Sie graphisch mithilfe einer Skizze und/oder rechnerisch mithilfe des Divergenzoperators, welche der folgenden zylindersymmetrischen Vektorfelder quellenfrei sind und somit als mögliche Magnetfelder in Frage kommen,

(a) $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y}{a^2 + x^2 + y^2}$,

(b) $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{-y\vec{e}_x + x\vec{e}_y}{a^2 + x^2 + y^2}$,

wobei $a > 0$ eine konstante Länge ist.

4. Magnetfeld einer unendlich langen Spule

Gegeben sei das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{e}_z B_0 \Theta(R - r_\perp)$ in Zylinderkoordinaten $(r_\perp, \varphi, z)$ mit konstanten B_0 und R.

(a) Bestimmen Sie unter der Annahme, dass der Verschiebungsstrom verschwindet, $\partial\vec{E}/\partial t = 0$, den Leitungsstrom $\vec{\jmath}(\vec{r})$, welcher das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$ erzeugt. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

(b) Zeigen Sie explizit, dass der Stokes'sche Satz

$$\oint\limits_{\mathcal{C}(S)} \mathrm{d}\vec{r} \cdot \vec{B} = \int\limits_{S} \mathrm{d}\vec{S} \cdot \operatorname{rot} \vec{B} \tag{1}$$

auf der Manteloberfläche des Zylinders mit Radius $r_\perp = R$ und der z-Achse als Symmetrieachse erfüllt ist, obwohl $\vec{B}(\vec{r})$ an dieser Stelle springt.

Hinweis: Wählen Sie dazu einen geeigneten geschlossenen Pfad $\mathcal{C}$, der die Mantelfläche des Zylinders schneidet.