

Quantentheorie für das Lehramt WS 19/20

DR. L. JANSSEN

Kontrollfragen zur Prüfungsvorbereitung

1. Grenzen der klassischen Physik

- Nennen Sie ein Experiment, welches sich mit der klassischen Physik nicht vereinbaren lässt. Worin besteht die Problematik?
- Wie können die Quantisierungshypothesen von Planck und Einstein mithilfe der modernen Quantenmechanik verstanden werden?

2. Ältere Quantentheorie nach Bohr und Sommerfeld

- Welche Annahmen liegen der älteren Quantentheorie nach Bohr und Sommerfeld zugrunde? Inwiefern sind diese Annahmen problematisch?
- Nennen Sie ein Beispiel, für welches die ältere Quantentheorie eine falsche Vorhersage liefert.

3. Schrödinger-Gleichung

- Erklären Sie die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung und die darin auftretenden Größen.
- Was ist die physikalische Interpretation der Wellenfunktion und deren Betragsquadrat?
- Was versteht man unter einem Wahrscheinlichkeitsstrom? Was versteht man unter der Erhaltung der Wahrscheinlichkeit?
- Betrachten Sie einen zeitunabhängigen Hamilton-Operator. In welcher Form hängt die Lösung der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung von der Zeit ab?
- Wie lautet die stationäre Schrödinger-Gleichung?
- Welche Darstellung haben Orts- und Impulsoperator im Impulsraum?
- Betrachten Sie die Schrödinger-Gleichung für ein freies Teilchen. Welche Form haben die Lösungen?
- Wieso kann eine ebene Welle kein einzelnes Teilchen beschreiben?
- Wodurch wird ein einzelnes freies Teilchen beschrieben?
- Wie ist der Erwartungswert einer ortsabhängigen Observable im Ortsraum definiert?
- Wie ist der Erwartungswert einer ortsabhängigen Observable im Impulsraum definiert?
- Wie ist die Schwankung eines Operators definiert und was ist deren physikalische Interpretation?
- Wie lautet die Orts-Impuls-Unschärferelation? Was ist deren physikalische Interpretation?

4. Quantensysteme in einer Dimension

- Zeichnen Sie schematisch mögliche Wellenfunktionen eines Teilchens in einer Dimension in klassisch erlaubten und verbotenen Bereichen.
- Beschreiben Sie die allgemeine Form des Spektrums eines Hamilton-Operators in einer Dimension.
- Zeichnen Sie ein Beispiel für ein Potential, zu dem es kein kontinuierliches Spektrum gibt und erklären Sie.
- Zeichnen Sie ein Beispiel für ein Potential, zu dem es kein diskretes Spektrum gibt und erklären Sie.
- Zeichnen Sie ein Beispiel für ein Potential, für welches der Tunneleffekt auftritt und erklären Sie. Können makroskopische Teilchen auch tunneln?

5. Dirac-Formalismus

- Was versteht man unter einem Hilbert-Raum? Was versteht man unter Bra- und Ket-Vektoren?
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen einem Ket-Vektor und dem dazugehörigen Bra-Vektor?
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen einem linearen Operator und dessen Matrixelementen bezüglich einer Basis?
- Wie sind hermitesche Operatoren definiert?
- Wieso werden Observable durch hermitesche Operatoren beschrieben?
- Nennen Sie ein Beispiel für einen hermiteschen Operator.
- Zeigen Sie, dass aus der Vollständigkeitsrelation einer Orthonormalbasis folgt, dass sich alle Vektoren des Hilbert-Raums als Linearkombination der Basisvektoren schreiben lassen.
- Welche Form haben die Matrixelemente eines hermiteschen Operators bezüglich derjenigen Basis, die durch die Eigenvektoren desselben Operators gegeben ist?
- Unter welchen Umständen können Operatoren gleichzeitig diagonalisiert werden? Wieso ist dies für die Lösung des Wasserstoffatom-Problems relevant?
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen einem Ket-Vektor und der dazugehörigen Ortsraum-Wellenfunktion?
- Welche Form haben die Eigenfunktionen des Ortsoperators im Ortsraum?
- Welche Form haben die Eigenfunktionen des Impulsoperators im Ortsraum?
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Eigenfunktionen des Hamilton-Operators und den Lösungen der dazugehörigen Schrödinger-Gleichung?
- Wie sind unitäre Operatoren definiert?
- Nennen Sie ein Beispiel für einen unitären Operator.

6. Postulate der Quantenmechanik

- Gegeben sei eine Observable mit einem diskreten und nichtentarteten Spektrum. Wie bestimmen Sie die möglichen Messwerte der Observable?

- Gegeben sei außerdem noch ein Zustand. Wie bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, die jeweiligen Messwerte zu finden?
- Wie verändert sich nach der Kopenhagener Interpretation der Zustand durch die Messung?
- Wie lauten die Wahrscheinlichkeiten für die jeweiligen Messwerte bei einer sofortigen zweiten Messung?
- Welche Form hat der Zeitentwicklungsoperator und was beschreibt er?
- Wie bestimmen Sie die Zeitentwicklung eines Energieeigenzustandes?
- Wie bestimmen Sie die Zeitentwicklung eines allgemeinen Zustandes?
- Wodurch unterscheiden sich die Zeitentwicklungen im Heisenberg- und Schrödinger-Bild?
- Erklären Sie die verallgemeinerte Unschärferelation und die darin auftretenden Größen.
- Leiten Sie die Orts-Impuls-Unschärferelation aus der verallgemeinerten Unschärferelation her.

7. Harmonischer Oszillator

- Welche Eigenschaften haben die Leiteroperatoren?
- Was sind die möglichen Eigenwerte des Besetzungszahloperators?
- Wie kann man den Grundzustand des harmonischen Oszillators mithilfe der Leiteroperatoren definieren?
- Wie kann man aus dem Grundzustand die angeregten Zustände konstruieren?
- Die Energie eines Teilchens in einem harmonischen Oszillatorpotential werde gemessen. Was sind ganz allgemein die möglichen Messwerte?
- Der Zustand eines Teilchens werde durch $|\psi\rangle = \frac{2}{\sqrt{5}}|0\rangle - \frac{i}{\sqrt{5}}|1\rangle$ beschrieben, wobei $|n\rangle$, $n = 0, 1, \dots$, die Eigenzustände des harmonischen Oszillators bezeichne. Was sind jetzt die möglichen Messwerte? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei einer Messung der Energie der Messwert $\frac{3}{2}\hbar\omega$ gefunden?
- Falls bei obiger Messung tatsächlich $\frac{3}{2}\hbar\omega$ gefunden wurde: Wie sieht der (normierte) Zustand direkt nach der Messung aus?

8. Drehimpuls

- Was sind die möglichen Eigenwerte der Komponenten eines (allgemeinen) Drehimpulsoperators $\hat{\mathbf{J}}$?
- Was sind die möglichen Eigenwerte des Drehimpulsquadrates $\hat{\mathbf{J}}^2$?
- Was sind die möglichen Eigenwerte der Komponenten des Bahndrehimpulsoperators $\hat{\mathbf{L}}$ bzw. des Quadrates $\hat{\mathbf{L}}^2$?
- Nennen Sie ein Beispiel für zwei aus Drehimpulskomponenten konstruierten Operatoren, die gleichzeitig diagonalisiert werden können. Warum ist das möglich?
- Erklären Sie den Zeeman-Effekt am Beispiel eines freien Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens im Magnetfeld.

- Erklären Sie, was die Kugelflächenfunktionen beschreiben.

9. Wasserstoff-Atom

- Nennen Sie ein Beispiel für zwei Operatoren, die sowohl mit dem Hamilton-Operator des Wasserstoffatom-Problems kommutieren als auch mit sich selbst.
- Inwiefern hilft ein solcher Satz von kommutierenden Observablen bei der Lösung des Wasserstoffatom-Problems?
- Durch welche Quantenzahlen sind die Eigenzustände des Hamilton-Operators des Wasserstoffatoms charakterisiert und was sind die dazugehörigen Wertebereiche?
- Was sind die möglichen Energieeigenwerte des Wasserstoffatoms?
- Warum hängen die Energieeigenwerte (wie bei jedem Zentralkraftproblem) nicht von der magnetischen Quantenzahl m ab?
- Bestimmen Sie den Entartungsgrad des niedrigsten und des ersten angeregten Energieniveaus.

10. Fermionen und Bosonen

- Welche Eigenschaft unter Teilchen-Vertauschung hat die 2-Teilchen-Wellenfunktion eines Systems aus zwei identischen Fermionen?
- Welche Eigenschaft unter Teilchen-Vertauschung hat die 2-Teilchen-Wellenfunktion eines Systems aus zwei identischen Bosonen?
- Warum darf die 2-Teilchen-Wellenfunktion eines Systems aus zwei identischen Teilchen unter Vertauschung der beiden Teilchen das Vorzeichen ändern?
- Wie hängen das Verhalten unter Vertauschung zweier Teilchen mit dem Spin der Teilchen zusammen?
- Wieso können sich zwei Fermionen in einem System aus identischen Fermionen nicht im selben Eigenzustand befinden (Pauli-Prinzip)?
- Was bedeutet das Pauli-Prinzip für den Aufbau der Atome?
- Wie können die Spinzustände eines Systems aus zwei Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen mithilfe von Singulett- und Triplett-Zuständen klassifiziert werden?
- Welche Eigenschaften haben die zu den Singulett- und Triplett-Zuständen gehörigen Ortsraum-Wellenfunktionen $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ unter Vertauschung von $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$?
- Erklären Sie Bonding- und Antibonding-Zustand am Beispiel des H_2 -Moleküls. Welcher der beiden führt zur kovalenten Molekülbindung?