Quantentheorie für das Lehramt WS 19/20

DR. L. JANSSEN **3. Übung (Besprechung: 04.-06.11.19)**

---

1. Dreieckspotential

Betrachten Sie die eindimensionale klassische Bewegung eines Teilchens der Masse m im Potential

$$V(x) = \begin{cases} \alpha\, x & \text{für} \quad x > 0, \\ \infty & \text{für} \quad x \leq 0, \end{cases} \tag{1}$$

mit der Konstanten $\alpha > 0$. Bestimmen Sie die quantisierten Energien E_n mit Hilfe der Bohr-Sommerfeld-Quantisierungsbedingung,

$$\oint_{H=E_n} dx\, p = (n+\gamma)h, \tag{2}$$

für $H = p^2/(2m) + V(x)$.

2. Kastenpotential

Gegeben sei das Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad |x| < L/2 \\ \infty & \text{für} \quad |x| \geq L/2. \end{cases} \tag{3}$$

(a) Betrachten Sie die eindimensionale klassische Bewegung einer Teilchens der Masse m im Potential (3) und bestimmen Sie die quantisierten Energien E_n mit Hilfe der Bohr-Sommerfeld-Quantisierungsbedingung,

$$\oint_{H=E_n} dx\, p = (n+\gamma)h, \tag{4}$$

für $H = p^2/(2m) + V(x)$.

(b) Nach der Hypothese von de Broglie können sich Teilchen wie Wellen mit der Wellenlänge $\lambda = h/p$ verhalten. Betrachten Sie die Lösung der Wellengleichung mit Dirichlet Randbedingung (siehe Aufgabe 1 der 2. Übung) bei $|x| = L/2$. Welche Wellenlängen sind möglich und welche diskreten Werte folgen für die Energie $E = p^2/2m$? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Teil (a).

3. Polynompotential

Betrachten Sie die eindimensionale klassische Bewegung eines Teilchens der Masse m im Potential

$$V_\ell(x) = V_0(x/x_0)^{2\ell} \tag{5}$$

mit den Parametern V_0 und x_0 und einem allgemeinen (festen) Exponenten $\ell = 1, 2, 3, \ldots$

(a) Bestimmen Sie die quantisierten Energien E_n mit Hilfe der Bohr-Sommerfeld-Quantisierungsbedingung,

$$\oint_{H=E_n} dx\, p = (n+\gamma)h, \tag{6}$$

für $H = p^2/(2m) + V(x)$.
Hinweis: Das Integral $\mathcal{I}_\ell \equiv \int_{-1}^{1} ds\sqrt{1-s^{2\ell}} = \frac{2\ell\sqrt{\pi}\Gamma(1+\frac{1}{2\ell})}{(1+\ell)\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\ell})}$ kann durch die Γ-Funktion ausgedrückt werden mit $\mathcal{I}_1 = \frac{\pi}{2}$ und $\mathcal{I}_\ell \to 2$ für $\ell \to \infty$.

(b) Diskutieren Sie die Spezialfälle $\ell = 1$ und $\ell \to \infty$. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Grenzfall $\ell \to \infty$ und Aufgabe 2?