

Theoretische Mechanik für das Lehramt

Sommer 25

DR. L. JANSSEN

3. Übung (08./09.05.25)

1. Bewegung eines Raumschiffs

Ein Raumschiff fliegt durch eine interstellare Staubwolke. Dabei nimmt seine Masse zu, weil Staubpartikel teilweise an der Außenhülle kleben bleiben. Die Rate der Massenzunahme sei dabei proportional zur Geschwindigkeit v ,

$$\dot{m} = \kappa v \quad \text{mit} \quad \kappa = \text{konst.} > 0. \quad (1)$$

Die Anfangsgeschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ sei $v(t = 0) = v_0$. Es wirke keine äußere Kraft auf das Raumschiff. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und berechnen Sie $v(t)$.

2. Bremsvorgang eines Zuges

Ein Zug bewege sich antriebslos unter dem Einfluss einer Reibungskraft

$$\vec{F}_R = -(\alpha + \beta v^2) \frac{\vec{v}}{v} \quad (2)$$

mit $v = |\vec{v}|$ und $\alpha, \beta = \text{konst.} > 0$ auf einer geraden waagerechten Schiene. Hierbei beschreibt α die Bremskraft und β den Koeffizienten für die Reibung an der Luft unter der Annahme von turbulenter Strömung. Die Anfangsgeschwindigkeit sei v_0 .

(a) Nach welcher Zeit kommt der Zug zum Stillstand?

Hinweis: Lösen Sie die aus der Bewegungsgleichung folgende Differentialgleichung für die Geschwindigkeit mit Hilfe der Methode der Trennung der Variablen.

(b) Welchen Weg hat der Zug dann zurückgelegt?

Hinweis: Benutzen Sie in der Bewegungsgleichung die Kettenregel $\ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v$ und lösen Sie die resultierende Differentialgleichung.

(c) Diskutieren Sie die Ergebnisse in (b) und (c) im Limes von vernachlässigbarer Luftreibung $\beta \rightarrow 0$. Wie hängen in diesem Fall Bremszeit und Bremsweg von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 ab?

3. Schießübungen auf einem Karussell

Auf einem Karussell mit Radius R , das mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 rotiere, werde vom Mittelpunkt ein Geschoss mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 waagrecht in Richtung eines Randpunktes abgeschossen.

- (a) Wie lauten *in Zylinderkoordinaten* die Bewegungsgleichungen für das Geschoss im mitrotierenden Bezugssystem?

Hinweis: Vernachlässigen Sie hierbei Gewichtskraft und Reibungskräfte.

- (b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen im Inertialsystem und transformieren Sie die Lösung ins mitrotierende Bezugssystem. Um wie viel verfehlt das Geschoss sein Ziel?

Hinweis: Es genügt, den Winkel anzugeben, der dem Abstand entspricht.