

### 1. Vom Tisch rutschendes Seil

Von einem Seil mit der Masse  $m$  und der Gesamtlänge  $L$  hänge ein Ende über der Kante eines ebenen Tisches. Das herabhängende Seilstück habe die Länge  $\ell$  mit  $0 \leq \ell \leq L$ .

- Berechnen Sie die Zeit  $T$ , die das Seil braucht, um unter dem Einfluss der Schwerkraft vom Tisch zu rutschen. Nehmen Sie dabei an, dass das Seil zur Zeit  $t = 0$  aus der Ruhe losgelassen werde,  $v(t = 0) = 0$ , und vernachlässigen Sie Reibungseffekte.
- Wie groß ist die Geschwindigkeit  $v(t = T)$  zum Zeitpunkt  $t = T$ , wenn das Ende des Seils gerade über die Kante rutscht?

### 2. Bewegungsgleichung in der Nähe der Erdoberfläche

- Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung einer Punktmasse  $m$  in einem erdfesten Bezugssystem  $\Sigma'$  mit Koordinatenursprung auf der Erdoberfläche die Form

$$m\ddot{\vec{r}}'' = \vec{F} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - m\omega \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) \quad (1)$$

hat, wobei  $\vec{R}$  der Verbindungsvektor vom Erdmittelpunkt zum Koordinatenursprung bezeichne. Vernachlässigen Sie dabei die Rotation der Erde um die Sonne und nehmen Sie  $\dot{\vec{\omega}} = 0$  an.

*Hinweis:* Betrachten Sie zunächst ein mit der Erde mitrotierendes Bezugssystem  $\Sigma$  mit Koordinatenursprung im Erdmittelpunkt und transformieren Sie dann in ein gegenüber  $\Sigma$  um  $\vec{R}$  verschobenes Bezugssystem mit Koordinatenursprung auf der Erdoberfläche.

- Begründen Sie, dass sich Gleichung (1) für Bewegungen in der Nähe der Erdoberfläche,  $|\vec{r}'| \ll R$ , zu

$$m\ddot{\vec{r}}'' = m\vec{g} + \vec{F}_{oG} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}' \quad (2)$$

vereinfacht. Hierbei sei  $\vec{g} = \vec{g}_0 - \vec{\omega} \times (\omega \times \vec{R})$  die lokale effektive Erdbeschleunigung, welche senkrecht auf der realen Erdoberfläche steht (Erdabplattung!),  $\vec{F}_G = m\vec{g}_0$  die reine Gewichtskraft (im Inertialsystem) und  $\vec{F}_{oG} = \vec{F} - \vec{F}_G$  die Kraft ohne den Anteil der Gravitation.

- Bestimmen Sie näherungsweise die Abhängigkeit des lokalen effektiven Ortsfaktors  $g = |\vec{g}|$  von der geografischen Breite  $\beta$ .

*Hinweis:* Nehmen Sie dabei vereinfachend an, dass der Betrag der reinen Gewichtskraft  $F_G = m|\vec{g}_0|$  näherungsweise ortsunabhängig ist und vernachlässigen Sie in der Rechnung Terme, die über die führende Ordnung in  $\omega$  hinausgehen, sowie den Unterschied zwischen geografischer Breite  $\beta$  und geozentrischer Breite  $\psi$ .

### 3. Wurf unter dem Einfluss der Coriolis-Kraft

- (a) Auf der rotierenden Erde wird bei der geografischen Breite  $\beta$  ein Teilchen mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  senkrecht nach oben geworfen. Wo trifft es wieder auf?
- (b) Was ergibt sich, wenn das Teilchen aus der Höhe  $h$  frei fällt?

Benutzen Sie folgendes Labor-Koordinatensystem auf der Erdoberfläche:  $\vec{e}_z$  senkrecht nach oben,  $\vec{e}_y$  nach Osten,  $\vec{e}_x$  nach Süden.

*Hinweis:* Nutzen Sie die lokale Näherung der Bewegungsgleichung [Gleichung (2) aus Aufgabe 2(b)] und nehmen Sie an, dass der Unterschied zwischen geografischer Breite  $\beta$  und geozentrischer Breite  $\psi$  vernachlässigt werden kann. Beschränken Sie sich bei der Lösung der Differentialgleichungen auf die in  $\omega$  linearen Terme.