

## 4. Phänomenologische Theorien:

### Landau-Theorie, ihre Grenzen und Erweiterungen

#### 4.1 Landau-Theorie für kontinuierliche PÜ (Landau, 1937)

- **Phänomenologisches Modell**, das die Existenz eines PÜ bereits voraussetzt (lässt sich aber in vielen Fällen aus mikroskopischen Modellen ableiten, siehe Ende Kap. 3.2 zur Weiß'schen Theorie des Ferromagnetismus)
- Vom Charakter ist es eine *makroskopische Molekularfeldtheorie*
- Ausgangspunkt ist die Tatsache, dass in der Natur eine große Zahl von PÜ existieren, die sich durch das Auftreten eines die Ordnung charakterisierenden  $n$ -komponentigen Parameters  $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_n)$  beschreiben lassen.
- Landau-Theorie wurde zunächst **nur** für kontinuierliche PÜ formuliert (hier ist der Mittelwert  $\langle \psi \rangle$  am PÜ-Punkt  $T_c$  stetig), eine Erweiterung auf diskontinuierliche PÜ ist aber möglich ( $\rightsquigarrow$  Kap.4.2)
- Ein zentraler Punkt der Theorie ist, dass man i.A. das thermodynamische Potential eines gegebenen Systems in geschlossener Form **nicht** kennt, aber man das Potential in der Nähe von  $T_c$  nach Potenzen des Ordnungsparameters entwickeln kann
- In der Landau-Theorie spielen die Details des betrachteten Systems keine Rolle, im Wesentlichen gehen nur die Symmetrie des Systems und die Zahl der Komponenten des Ordnungsparameters ein  
 $\rightsquigarrow$  sehr allgemeingültige Theorie

## Postulate der Landau-Theorie (für kontinuierliche PÜ)

1. Es existiert ein thermodynamisches Potential  $\tilde{G}$  („**Landausche freie Energie**“), abhängig von  $T, \psi, h$  ( $h$  ist dabei das zu  $\psi$  konjugierte Feld).

Der Zustand des Systems wird beschrieben durch das globale Minimum von  $\tilde{G}$  bezüglich  $\psi$

(d.h. durch  $\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \psi} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 \tilde{G}}{\partial \psi^2} > 0$ ).

2. Der Ordnungsparameter  $\psi$  ist Null in der ungeordneten Phase und  $\neq 0$  in der geordneten Phase,  $\psi$  strebt stetig gegen Null für  $T \rightarrow T_c^-$ .

$\Rightarrow$  **Anforderungen an  $\tilde{G}$  (bzw.  $\tilde{g} = \tilde{G}/V$ )**

(es ist besser mit der Dichte  $\tilde{g} = \frac{\tilde{G}}{V}$  des thermodynamischen Potentials zu argumentieren, da wir den thermodynamischen Grenzfall betrachten müssen)

- (i)  $\tilde{g}$  ist invariant bezüglich der Symmetriegruppe  $\mathcal{T}$  der ungeordneten Phase.
- (ii)  $\tilde{g}$  ist in der Nähe von  $T_c$  eine analytische Funktion von  $\psi \Rightarrow \tilde{g}$  lässt sich in der Umgebung von  $T_c$  nach  $\psi$  entwickeln

$$\Rightarrow \tilde{g}(T, h, \psi) = \underbrace{\tilde{g}(T, h, \psi = 0)}_{\equiv \tilde{g}_0(T, h)} + \alpha(T, h)\psi + a(T, h)\psi^2 + \beta(T, h)\psi^3 + b(T, h)\psi^4 + \dots$$