Fachrichtung Physik — Wintersemester 2019/20
Institut für Theoretische Physik
Übungen zur Vorlesung Theorie der Phasenübergänge
PD Dr. D. Lehmann — Blatt 4 (Übung 09.01.2020)

1. Zeigen Sie, dass eine Konsequenz der Homogenitätshypothese ist, dass sich die thermische Zustandsgleichung eines magnetischen Systems, $h = f(t, m)$, in der Form

$$h = m|m|^{\delta-1} f\left(t/|m|^{1/\beta}\right)$$

darstellen lässt.

2. (a) Zeigen Sie, dass die Landau-Theorie einen Spezialfall der Homogenitätshypothese darstellt.
Lösungshinweis:
Beweisen Sie, dass sich in der Landau-Theorie der singuläre Anteil $g_s(t, h) \equiv g(t, h) - g_0(t, h)$ der freien Enthalpiedichte $g(T, h) = \min_\psi \tilde{g}(T, h, \psi(T, h))$ in der Form $g_s(t, h) = t^2 g_\pm\left(h/|t|^{3/2}\right)$ darstellen lässt und verifizieren Sie, dass diese funktionale Abhängigkeit einer verallgemeinerten homogenen Funktion entspricht.
(b) Was gilt im Fall der Landau-Theorie für die Exponenten Δ_t und Δ_h (Definition siehe Vorlesung)?
(c) Was folgt daraus für die kritischen Exponenten α, β, γ und δ?

3. Die Korrelationsfunktion $g(\vec{r}) = \langle m(\vec{r})\, m(0)\rangle - \langle m(\vec{r})\rangle\langle m(0)\rangle$ soll der Form

$$g(\vec{r}) = g(r) \sim \begin{cases} e^{-r/\xi(t,h)} & \text{für } r \gg \xi \\ r^{-(d-2+\eta)} & \text{für } r \ll \xi \end{cases}$$

genügen (gültig für $d > 2$, siehe z.B. Vorlesung Kap. 4.4).

(a) Zeigen Sie, dass diese Bedingung einer Homogenitätshypothese für die Korrelationsfunktion $g(r) = g(r; t, h)$ entspricht.
Was folgt für die Korrelationslänge $\xi = \xi(t, h)$?
(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Zusammenhanges zwischen Korrelationsfunktion und Suszeptibilität die Gültigkeit der Fisher Identität für die kritischen Exponenten γ, η und ν

$$\gamma = (2 - \eta)\nu$$

(vergleiche Fisher-Ungleichung, Vorlesung Kap. 1.6.2).