Institut für Theoretische Physik
TU Dresden

Prof. Dr. M. Vojta
PD Dr. M. Garst

Thermodynamik und Statistische Physik — Übung 14

Wintersemester 2018/19

Link: https://tu-dresden.de/mn/physik/itp/tfp/studium/lehre/ws18/tds

1. Binäre Legierung in der Molekularfeldnäherung (6 Punkte)

In einem einfachen Modell für eine binäre Legierung werden die beiden Atomsorten A und B betrachtet. Diese seien auf Gitterplätze verteilt. Wenn auf einem Gitterplatz ein A-Atom sitzt, trägt dieses zur Gesamtenergie den Beitrag ε_A bei. Im Falle des B-Atoms ist der Energiebeitrag ε_B. Des Weiteren wird die Wechselwirkung zwischen benachbarten Atomen betrachtet. Dabei sollen zwei benachbarte A-Atome zur Gesamtenergie den Beitrag ε_{AA}, zwei benachbarte B-Atome den Beitrag ε_{BB} und zwei verschiedenartige Nachbarn den Beitrag $\varepsilon_{AB} = \varepsilon_{BA}$ liefern.

a) Schreiben Sie die Gesamtenergie für dieses System auf, indem Sie eine Besetzungsvariable s_i für jeden Gitterplatz i einführen, die den Wert -1 bzw. $+1$ annimmt je nachdem, ob dort ein A-Atom oder ein B-Atom sitzt.

b) Zeigen Sie, dass sich dieses Modell auf ein Ising-Modell abbilden lässt. Geben Sie an, wie sich bei dieser Abbildung das Magnetfeld h und die Wechselwirkungskonstante J des Ising-Modells aus den Modellparametern ε_A, ε_B, ε_{AA}, ε_{BB}, ε_{AB} und ε_{BA} berechnet.

c) Welche Bedeutung besitzt in diesem Fall die Größe $\langle s_i \rangle$? Welcher Phasenübergang ergibt sich demnach aus der Molekularfeldnäherung für $h = 0$ als Funktion von T bei der kritischen Temperatur T_c und welcher für $T < T_c$ als Funktion von h bei $h = 0$?

2. Landau-Theorie mit zwei gekoppelten Ordnungsparametern (7 Punkte)

Im Rahmen der Landau-Theorie der Phasenumwandlungen werde ein magnetisches System durch zwei gekoppelte skalare Ordnungsparameter m_1 und m_2 charakterisiert. Das Landau-Funktional für die freie Energiedichte $\varphi(T, \Delta, m_1, m_2)$ als Funktion der beiden Ordnungsparameter und der Temperatur T habe die Form

$$\varphi(T, \Delta, m_1, m_2) = \frac{\alpha(T - T_0)}{2}(m_1^2 + m_2^2) + \frac{\alpha\Delta}{2}(m_1^2 - m_2^2) + \frac{b}{4}(m_1^2 + m_2^2)^2 \tag{1}$$

mit $\alpha, T_0, b > 0$. Bestimmen Sie die möglichen Zustände und die zugehörigen Werte der Ordnungsparameter und der freien Energiedichte $f(T, \Delta)$ als Funktion von T und Δ. Welche Zustände sind insbesondere möglich für $\Delta = 0$? Skizzieren Sie weiterhin das Phasendiagramm mit den stabilen Zuständen als Funktion von T und Δ.