

## 7. Hydrodynamik

Ziel: Beschreibung der (Nichtgleichgewichts-) Dynamik von Systemen nahe dem (homogenen, thermischen) Gleichgewichtszustand  
 (→ Störungen auf Längen- & Zeitskalen  $\gg$  mikroskopische Skalen)  
 (historisch: zuerst in Wasser untersucht)

Wichtig: Während bei hinreichend tiefen Temperaturen die Elementaranregungen des Grundzustandes wichtig sind, sind diese bei höheren Temperaturen häufig nicht wohldefiniert  
 (begrenzte Streuung an thermischen Anregungen)

Frage: Welche <sup>wohldefinierten</sup> Anregungsmoden existieren in einem kollisionsdominierten ( $\hat{=}$  hydrodynamischen) Regime?

→ Suche nach kollektiven Moden in einem Regime, in dem wohldefinierte Einzelchen-Anregungen nicht existieren (!)  
 (echte Vielteilchenphysik)

Typische mikroskopische Streueraten:  $10^{-15} \dots 10^{-10}$

Die meisten Störungen klingen auf diese Zeitskalen ab.

Welche Störungen/Größen klingen nicht (schnell) ab?

- Dichten von Erhaltungsgrößen
- Größen assoziiert mit spontan gebrochenen kont. Symmetrien

$$\left( \frac{\partial_t}{w} n + \text{div} \vec{j} = 0 \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{hydro-} \\ \text{dynamische} \\ \text{Variable} \end{array} \right\}$$

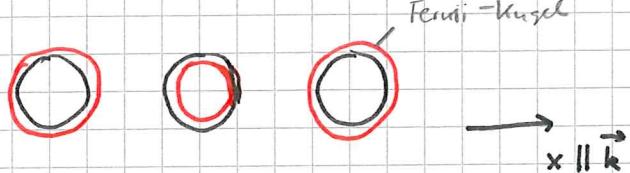
(Goldstone)

Beispiel : Schall in Fermiflüssigkeit

Thermodynamischer Schall :

Impulsverteilung  
 $f(p, \vec{r})$

Oszillation der lokalen Dichte



Erfordert lokales Gleichgewicht durch  
 Kollisionen

→ thermodynamischer Schall existiert nicht bei  
 tiefen Temp!

Nullter Schall :

Oszillation loskoppeltes Teilchen-Loch-Paar,  
 kollisionslos (existiert nur bei tiefen T)



Beide Moden lassen  $\omega = c|k|$ , mit  $c \propto \frac{\hbar F}{m}$  (aber unterschiedl.  
 Vorfaktoren)

## 7.1. Ströme, Felder, Kopplungen

- Erhaltungsgröße : Dynamik bestimmt durch Strom (dichte)
- Stromdichte ist lokale Fkt von Feldern, die konjugiert zu hydrodyn. Variablen sind  
Bsp : Teilchenstromdichte  $\propto$  Gradient chem. Pot.
- Zusammenhang zwischen Strom und fd. Feldern  $\hat{=}$  konstitutive Gleichung
- Felder und Ströme können entsprechend ihrem Verhalten unter Zeitumkehr klassifiziert werden (gerade, ungerade bzw  $+,-$ )  
Ström und zugehörige Erhaltungsgröße haben umgekehrte Vorzeichen unter Zeitumkehr.
- Koeffizienten (in konstitutiven Gleichungen), die Ströme und Felder mit gleichen Vorzeichen unter Zeitumkehr verbinden, sind nicht-dissipativ ( $\hat{=}$  reaktiv) und führen zu propagierenden Moden.  
Kopplungen zwischen Größen mit umgekehrten Vorzeichen unter Zeitumkehr sind dissipativ ( $\hat{=}$  irreversibel) und führen zu Entropieproduktion.  
(siehe Diffusion Kap 4)

## 7.2. Spielzeugmodell: Starre Rotatoren auf Gitter

d-dimensionales hyperkubisches Gitter,

Rotator auf jedem Gitterplatz  $i$ , mit Richtung beschrieben durch Einheitsvektor  $\vec{n}_i = (\cos \vartheta_i, \sin \vartheta_i)$ . ( $\hat{\cdot}$  director)

Wechselwirkung benachbarter Rotatoren favorisiert Parallelstellung:

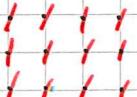
$$U[\vartheta_i] = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos [2(\vartheta_i - \vartheta_j)]$$

kein Richtungsinn!

$T \gg J$ : System ungeordnet



$T \ll J$ : System geordnet



Ordnungsparameter: Tensor  $\Psi^i$   
(Quadrupol!)

$$\Psi_{\alpha\beta}^i (\vec{r}) = \sum_i (n_{i,\alpha} n_{i,\beta} - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}) \delta(\vec{r} - \vec{R}_i)$$

Kinetische Energie aus Drehimpuls  $\vec{l}_i$  und Trägheitsmoment  $I$ :

$$E_k = \sum_i \frac{\vec{l}_i^2}{2I} = \sum_i \frac{I}{2} \dot{\vartheta}_i^2 \quad (l_i = i \dot{\vartheta}_i)$$

↑ Skalar, da ebener Rotator

Erhaltungsgrößen:

1) Gesamtenergie  $E = E_k + U$

2) Gesamt drehimpuls  $L = \sum_i l_i$

mit Kontinuitätsgleichungen (Kontinuumslinee!):

1)  $\partial_t \vec{\varepsilon} + \operatorname{div} \vec{j} \vec{\varepsilon} = 0$

2)  $\partial_t \vec{l} + \operatorname{div} \vec{\varepsilon} = 0$

Im Kontinuumslinee benötigen wir außerdem:

- $\tilde{I} = NI/V$  Trägheitsmoment pro Volumen ( $N \hat{=} \text{Anzahl Rotatoren}$ )

In folgenden: Thermodynamik für System von Rotatoren

$E, L$  erhalten  $\rightsquigarrow$  verallg. tol Ensemble mit Kontrollvariable für  $L$ ;  
dies ist  $\Omega_e$  ( $\hat{=}$  Winkelgeschwindigkeit des Belegsystems)

Zustandssumme  $Z = S_p e^{- (H - \Omega_e L) / T}$  ( $k_B = 1$ )

$$= (2\pi I T)^{dN/2} e^{NI\Omega_e^2/2T} \int d\vartheta_1 \dots d\vartheta_N e^{-U[\vartheta]/T}$$

Gesamt drehimpuls im Gleichgewicht:

$$\langle L \rangle = \frac{d \ln Z}{d(\Omega_e/T)} = NI\Omega_e$$

$\approx$  System rotiert mit  $\Omega_b = \Omega_e$ . (In folgenden: Winkelgeschw. relativ zu Belegsystem; Notation  $\Omega_e \rightarrow \Omega$ )

Thermodynamisches Potential  $W(T, \Omega)$ :

(vgl. großkanonisch:  $\begin{matrix} \mu & \leftrightarrow & N \\ N & \leftrightarrow & L \end{matrix}$ )

$$W(T, \Omega) = -T \ln Z(T, \Omega) = E - TS - \Omega \langle L \rangle$$

$$dW = -SdT - \langle L \rangle d\Omega$$

Legendre ( $T \rightarrow S$ ,  $\Omega \rightarrow L$ ): gibt  $\int_{\text{Potential}}^{\text{Potential}} S(E, L)$  mit:

$$\underline{T ds} = \underline{dE} - \Omega \underline{dL} \quad (s = S/V, \ell = L/V)$$

Daraus

$$\Omega(\varepsilon, \ell) = -T \left. \frac{\partial s}{\partial \ell} \right|_{\varepsilon}, \quad T^{*-1}(\varepsilon, \ell) = \left. \frac{\partial s}{\partial \varepsilon} \right|_{\ell}$$

Abhängigkeit  $s(\ell)$  kann (nähe Gleichgewicht) Taylor-entwickelt werden. Kein linearer Term in  $\ell$  (relativ zu Belegsystem)  $\rightsquigarrow$

$$s(\varepsilon, \ell) = s_0(\varepsilon) - \ell^2 / 2T \tilde{I} \quad \text{mit } \tilde{I}^{-1} = \left. \frac{\partial \Omega}{\partial \ell} \right|_{\varepsilon} \text{ aus (*)}.$$

Aus  $Tds = d\varepsilon - \Omega de$  und Kontinuitätsgleichungen  
 lässt sich Entropieänderung (durch Änderung äußerer Parameter)  
 ableiten:

$$\begin{aligned} T \frac{\partial s}{\partial t} &= \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \Omega \frac{\partial e}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{f}_e + \Omega \operatorname{div} \vec{e} \\ &= -\operatorname{div} (\vec{f}_e - \Omega \vec{e}) = \vec{Q} \cdot \operatorname{grad} \Omega \end{aligned}$$

$$\rightarrow T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div} \frac{\vec{Q}}{T} \right) = -\vec{Q} \cdot \frac{\operatorname{grad} T}{T} - \vec{e} \cdot \operatorname{grad} \Omega \quad (**)$$

$ds = \frac{\partial Q}{T}$

Erinnerung  $Tds = \text{Wärme}$  (hier durch  $\varepsilon$  und  $e$  transportiert)

$$\rightsquigarrow \vec{Q} = \vec{f}_e - \Omega \vec{e} \stackrel{!}{=} \text{Wärmestrom}$$

Integration von (\*\*) über Volumen mit Randbed.  $Q=0$  auf Oberfläche

liefert

$$T \frac{\partial S}{\partial t} = \int d^3r \left( -\vec{Q} \cdot \frac{\operatorname{grad} T}{T} - \vec{e} \cdot \operatorname{grad} \Omega \right) \stackrel{!}{\geq} 0 \quad \left( \begin{array}{l} \text{Entropie-} \\ \text{produktions-} \\ \text{rate} \end{array} \right)$$

Falls keine Dissipation (reversibler Prozess), dann  $\frac{\partial S}{\partial t} = 0 \rightsquigarrow \vec{Q} = 0, \vec{e} = 0$ .

$\rightsquigarrow \vec{Q}$  und  $\vec{e}$  sind dissipative Strome!

Erwartung:  $\vec{Q} = 0$  und  $\vec{e} = 0$  wenn  $T, \Omega$  homogen ( $\operatorname{grad} = 0$ ).  
 ↗ Erwartet lineare Proportionalität.

Für konstitutive Relationen:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{Q} \text{ ungerade} \\ \vec{e} \text{ gerade} \\ \operatorname{grad} T \text{ gerade} \\ \operatorname{grad} \Omega \text{ ungerade} \end{array} \right\} \text{unter Zeitumkehr}$$

$$\rightsquigarrow \vec{Q} = -x \operatorname{grad} T, \quad \vec{e} = -\Gamma \operatorname{grad} \Omega \quad \begin{array}{l} \text{Wärmelitfähigkeit} \\ \text{(dissipativ)} \\ \text{(keine gemischten} \\ \text{terme!)} \end{array}$$

$$\text{Entropieproduktion: } T \frac{\partial S}{\partial t} = \int d^3r \left[ x \frac{(\operatorname{grad} T)^2}{T} + \Gamma (\operatorname{grad} \Omega)^2 \right] \stackrel{!}{>} 0 \rightsquigarrow \begin{array}{l} x > 0 \\ \Gamma > 0 \end{array}$$

Damit:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = - \operatorname{div} \vec{J}_\varepsilon = \infty \Delta T + \cancel{\rho \kappa \Delta \Omega}$$

Linearisierung um  
Gleichgewichtszustand  $\Delta \Omega = 0$

$$\frac{\partial \ell}{\partial t} = - \operatorname{div} \vec{i} = \Gamma \Delta \Omega$$

Außerdem:  $dT = C_e^{-1} d\varepsilon$ ,  $d\Omega = \tilde{I}^{-1} d\ell$  (Materialparameter)

$C_e$  spez. Wärme

$$\curvearrowleft \quad \dot{\varepsilon} = D_\varepsilon \Delta \varepsilon, \quad \dot{\ell} = D_\ell \Delta \ell \quad \left( D_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{C_e}, \quad D_\ell = \frac{\Gamma}{\tilde{I}} \right)$$

→ Zwei diffusive Moden (siehe Kap 4),  
keine (!) propagierende Mode (sehr schnell!),  
in ungeordneter Phase.

Jetzt: geordnete Phase. Winkel  $\vartheta$  bringt kontinuierliche Segen.

~ zweitliche hydrodyn. Variable  $\vec{v}_\vartheta = \underline{\text{grad } \vartheta}$ . ( $\vartheta$  selbst kann nicht auftauchen, da Physik unabh. von absolutem  $\vartheta$ )  
Benötige konjugiertes Feld dazu:  $\vec{h}_\vartheta$ .

Verallgemeinerter Potenzial  $\tilde{W}(\vec{h}_\vartheta)$  oder  $\tilde{W}(\vec{v}_\vartheta)$  (Legendre!).

Verwende:  $\tilde{W} = E - TS - \Omega \langle L \rangle$

$$d\tilde{W} = -SdT - \langle L \rangle d\Omega + \int d^dr \vec{h}_\vartheta \cdot d\vec{v}_\vartheta$$

~  $Tds = dE - \Omega d\vartheta - \vec{h}_\vartheta \cdot d\vec{v}_\vartheta$

Entwickle  $\tilde{W}$  für kleine  $\vec{v}_\vartheta$ . Kein linearer Term, da  $\vartheta = \text{const}$  im Gleichgewicht.

~  $\tilde{W}(T, \Omega, \vec{v}_\vartheta) = W(T, \Omega) + \frac{g_s}{2} \underbrace{\int d^dr \vec{v}_\vartheta^2}_{\begin{array}{l} \hat{=} \text{Steifigkeit, siehe Kap 5} \\ \hat{=} \partial^M \vartheta \partial_M \vartheta, \text{ siehe Kap 6} \end{array}}$

mit  $\vec{h}_{\vartheta, \alpha} = -T \left. \frac{\partial s}{\partial v_{\vartheta, \alpha}} \right|_{\epsilon, \ell} \stackrel{\text{Taylor}}{=} g_s v_{\vartheta, \alpha}$

~  $s(\epsilon, \ell, \vec{v}_\vartheta) = s_0(\epsilon) - \frac{1}{2T} \tilde{I} \ell^2 - \frac{g_s}{2T} \vec{v}_\vartheta \cdot \vec{v}_\vartheta$

Wir benötigen noch Stromdichte zu  $\vec{v}_\vartheta$  (hat nicht-dissipativen Anteil!).

Dazu formal  $\frac{d\vartheta}{dt} + X = 0$  (Def von  $X$ ).

Im Gleichgewicht  $\frac{d\vartheta}{dt} = \Omega = \tilde{I}^{-1} \ell$  (geordneter Zustand!)  $\hat{=}$  dissipationslos!

~  $\Omega$  ist reaktiver Teil eines Stroms. Definiere  $X = -\Omega + X'$ ,  $X'$  dissipativ!

~  $\frac{d\vec{v}_\vartheta}{dt} = -\text{grad } (X' - \Omega)$

Entropieänderung aus  $T ds = d\varepsilon - \Omega de - \vec{h}_v \cdot d\vec{v}_v$

$$T \frac{\partial s}{\partial t} = - \operatorname{div} \vec{j}_\varepsilon + \Omega \operatorname{div} \vec{\tau} - \vec{h}_v \cdot \operatorname{grad} (\Omega - x')$$

$$\sim T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div} \frac{\vec{Q}}{T} \right) = - \vec{Q} \cdot \frac{\operatorname{grad} T}{T} - (\vec{\tau} + \vec{h}_v) \operatorname{grad} \Omega - x' \operatorname{div} \vec{h}_v$$

mit

$$\underline{\vec{Q} = \vec{j}_\varepsilon - \Omega \vec{\tau} - \vec{h}_v x'}$$
Wärmestrom

Falls keine Dissipation:  $\vec{Q} = 0$ ,  $\vec{\tau} = -\vec{h}_v$ ,  $x' = 0$ .

$$\text{Aus } \vec{\tau} = -\vec{h}_v \text{ folgt dann: } \frac{\partial \ell}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{h}_v = \rho_s \Delta \vartheta$$

$$\text{Mit } \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \tilde{I}^{-1} \ell \text{ ist das äquivalent zu } \vec{h}_v = \rho_s \vec{v}_v$$

$$\underline{\frac{\partial^2 \ell}{\partial t^2} = \rho_s \tilde{I}^{-1} \Delta \ell} \quad \text{oder} \quad \underline{\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = \rho_s \tilde{I}^{-1} \Delta \vartheta}$$

$\sim \exists$  propagierende Mode mit Geschwindigkeit  $c^2 = \rho_s / \tilde{I}$ .  $\Rightarrow$  Schall! (Goldstone)

Die dissipativen Stoffe und ihre konstitutiven Relationen werden wie

vorher konstruiert: gasdichte Phase ist anisotrop  $\rightarrow T_{\text{Coh}}$ !

$$Q_\alpha = - \gamma_{\alpha\beta} \operatorname{grad} \beta T,$$

$$\vec{\tau}'_\alpha = - \Gamma_{\alpha\beta} \operatorname{grad} \beta \Omega \quad \text{mit } \vec{\tau} = -\vec{h}_v + \vec{\tau}',$$

$$x' = -\gamma \operatorname{div} \vec{h}_v = -\gamma \rho_s \Delta \vartheta$$

neu

(Kopplungen  $x' \leftrightarrow \operatorname{grad} T$  und  $\vec{Q} \leftrightarrow \operatorname{div} \vec{h}_v$  sind erlaubt nach  
Zeitumkehr, aber verboten wegen Skalar-/Vektorcharakter)

Die vollständigen hydrodynamischen Gleichungen in der gasdichten Phase sind:

$$\dot{\varepsilon} = C_e^{-1} \gamma_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta \varepsilon,$$

$$\dot{\vartheta} = \Omega + \gamma \rho_s \Delta \vartheta = \tilde{I}^{-1} \ell + \gamma \rho_s \Delta \vartheta$$

$$\dot{\ell} = \rho_s \operatorname{grad} \Omega \vec{v}_v + \tilde{I} \Gamma_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta \ell = \rho_s \Delta \vartheta + \tilde{I} \Gamma_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta \ell$$

$\sim 1$  diffusive Energie mode

$$+ 2 \text{ Schallmoden mit } \omega = \pm c \{ \omega \} - i \frac{D}{2} \tilde{h}^2$$

Goldstone Dämpfung

### 7.3. Antwort-Funktion und Goldstone-Theorem

Erinnerung Kap 4 : Diffusion

$$\chi_{nn}(\vec{q}, z) = \gamma(\vec{q}) \frac{D \vec{q}^2}{-iz + D \vec{q}^2}$$

Suszeptibilität

(Dichte-Dichte:

$$\delta n = \gamma \delta p \text{ für } H \rightarrow H - n \delta p)$$

Dissipativer Anteil

$$\frac{\chi''_{nn}(\vec{q}, \omega)}{\omega} = \gamma(\vec{q}) \frac{D \vec{q}^2}{\omega^2 + (D \vec{q}^2)^2}$$

Ungedrehte Phase gekoppelte Rotatoren:

$$\frac{\chi''_{\Sigma\Sigma}(\vec{q}, \omega)}{\omega} = C_e \frac{D_\Sigma \vec{q}^2}{\omega^2 + (D_\Sigma \vec{q}^2)^2}$$

$$\frac{\chi''_{ee}(\vec{q}, \omega)}{\omega} = \tilde{I} \frac{D_e \vec{q}^2}{\omega^2 + (D_e \vec{q}^2)^2}$$

Gedrehte Phase gekoppelte Rotatoren:

$\chi_{\Sigma\Sigma}$  wie oben (aber  $D$  ist Tensor  $\sim D \vec{q}^2$  wird  $\vec{q} \vec{D} \vec{q}$ )

Dynamik von  $\sigma$  und  $e$  gekoppelt:

$$\frac{\chi''_{\sigma\sigma}(\vec{q}, \omega)}{\omega} = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\omega^2 D \vec{q}^2 - (\omega^2 - C^2 \vec{q}^2) D_e \vec{q}^2}{(\omega^2 - C^2 \vec{q}^2)^2 + (\omega D \vec{q}^2)^2}$$

$$\frac{\chi''_{ee}(\vec{q}, \omega)}{\omega} = \tilde{I} \frac{-II-}{-II-} D_\sigma$$

mit  $D = D_\sigma + D_e$ ,  $D_\sigma = \gamma S_s$ ,  $D_e = \tilde{I}^{-1} (R_\parallel \cos^2 \theta_0 + R_\perp \sin^2 \theta_0)$

$$\vec{q} \cdot \vec{n}_0 = q \cos \theta_0$$

## Goldstone allgemeiner:

Symmetrieoperator (Generator)  $\hat{Q}$  mit  $[\hat{H}, \hat{Q}] = 0$ .

Symmetrietransformation  $U(\phi) = \exp(i\phi\hat{Q}/\hbar)$  mit  $\hat{U}\hat{H}\hat{U}^\dagger = \hat{H}$ .

$\hat{Q}$  ist Integral über lokale Dichte  $\hat{Q} = \int d^dr \hat{q}(r, t)$ .

$\hat{Q}$  ist automatisch Erhaltungsgröße:  $\dot{q} + \text{div } \vec{j}_2 = 0$ .

Lokale Observable  $\hat{A}$  wird transformiert in Observable  $\hat{B}$

durch Symmetrioper  $\hat{Q}$ :  $\frac{1}{i\hbar} [\hat{Q}, \hat{A}(r)] = \hat{B}(r)$ .

Falls Symmetrie ungebrochen,  $[\hat{p}, \hat{Q}] = 0$ , dann  $\langle \hat{B} \rangle = 0$ .

Falls dagegen ein Paar  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$  existiert mit  $\langle \hat{B}(r) \rangle = \langle \hat{B} \rangle \neq 0$ , dann muss der Zustand die  $\hat{Q}$ -Symmetrie brechen,  $[\hat{p}, \hat{Q}] \neq 0$ .

Spontane Symmetriebrechung impliziert:

$\hat{B}$ : Symmetriebrechende Variable  
 $\hat{A}$ : Symmetrierestauende Variable  
 $\hat{Q}$ : Symmetrioper

$$\int d^dr \langle \frac{1}{2\hbar} [\hat{q}(r, t), \hat{A}(r)] \rangle = \frac{i}{2} \langle \hat{B} \rangle$$

wobei  $t$  beliebig ist w.g.  $\hat{Q}(t) = \hat{Q}(0)$ .

Die linke Seite kann als Suszeptibilität geschrieben werden (Keho!):

$$\chi_{qA} = \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \langle \hat{q} \rangle$$

$$\underline{\chi''_{qA}(k=0, \omega) = i\pi \langle \hat{B} \rangle \delta(\omega)} \quad (\star)$$

Man kann zeigen: Falls die Energiedichte  $\hat{\epsilon}(r)$  ( $\hat{H} = \int d^dr \hat{\epsilon}$ )

ein loherer Operator ist (keine Coulomb-WV!!), dann folgt.

aus  $(\star)$ :

$$\lim_{k \rightarrow 0} \chi''_{qA}(k, \omega) = i\pi \langle \hat{B} \rangle \delta(\omega)$$

Dies impliziert Existenz einer "Mode" mit  $\omega \rightarrow 0$  für  $k \rightarrow 0$ .

Bem: Antiferromagnet  $\hat{Q} = \text{gesamtmag.}$ ,  $\hat{A}, \hat{B} = \text{Komponenten der altern. Mag.}$

Superfluid  $\hat{Q} = \text{Teilchenzahl}$ ,  $\hat{A} = \text{Kondensatphase}$   
 $\hat{B} = \text{Kondensatsdichte}$

## 7.4. Hydrodynamische Moden in komplizierten Systemen

### a) Planare Rotatoren auf Gitter

Erhalten: Energie (1), Drehimpuls (1)

Symmetriebrechend: Richtung (1) (= "uniforme Magnetisierung")

Geordnete Phase: 2 Moden  $\begin{cases} 1 \text{ diff} \\ 2 \text{ prop} \end{cases}$

### b) Isoptoper Antiferromagnet (Spins auf Gitter)

Erhalten: Energie (1), uniforme Magnetisierung (3)

Symmetriebrechend: Alternierende Magnetisierung (2 hydrodyn Variante: Richtungsfeste)

Geordnete Phase hat 6 hydrodyn Moden  $\begin{cases} 2 \text{ diffusiv} \\ 4 \text{ propag. (sph. wellen)}, \\ w = \pm c |q| - i \Gamma q^2 \end{cases}$

### c) Isoptoper Ferromagnet (Spins auf Gitter)

Erhalten: Energie (1), uniforme Magnetisierung (3)

Symmetriebrechend: Uniforme Magnetisierung

Geordnete Phase hat 4 hydrodyn Moden  $\begin{cases} 2 \text{ diffusiv} \\ 2 \text{ propag. (sph. wellen)} \end{cases}$

$$w = \pm \tilde{c} q^2 - i \tilde{\Gamma} q^4$$

### d) Einfache Flüssigkeit

Erhalten: Energie (1), Masse (1), Impuls (3)

Flüssigkeit hat 5 hydrodyn Moden

$\begin{cases} 3 \text{ diffusiv} \\ 2 \text{ propag. (longitudinaler Schall)} \end{cases}$

Wärme diffusion  
transv. Impuls

$$w = \pm c |q| - i \Gamma q^2$$

Kopplung Massendichte  
 $\leftrightarrow$  long. Impuls

e) Flüssigkristalle

siehe Chaikin / Leibensky

f) Festkörper

Erhalten: Energie (1), Masse (1), Impuls (3)

Symmetriecherend: Position / Auslenkung (3)

Festkörper hat 8 hydrodynamische Moden

2 diffusiv      Wärme diffusion  
                   Leerstellen diffusion

6 propag      long Phononen (2)  
                   transv. Phononen (4)

g) Supraleitendes Helium

Erhalten: Energie (1), Masse (1), Impuls (3)

Symmetriecherend: Kondensat (1)

4 prop.      first sound  
                   second sound

# Ausblick

## Phänomene

- Phasenübergänge (Vorlesung QPÜ SS 16)
- Stark wechselwirkende Systeme
- Topologische Physik
- Physik fern des Gleichgewichts

## Methoden

- Vierteilchen - Störungstheorie und Feynman - Diagramme
- Quantenfeldtheorie