| | |
|---|---|
| **Elektrodynamik** | Institut für Theoretische Physik |
| Wintersemester 2023/24 | Prof. Dr. M. Vojta & Dr. M. Haque |

## 4. Übung

Besprechung: Woche vom 6.11.2023 bis 10.11.2023

Aufgabe 8 Felder kugelsymmetrischer Ladungsverteilungen (I) [Punkte: 2+2+3+1 = 8]

Wir betrachten eine homogen geladene Kugel mit Radius $R$ und Gesamtladung $Q$.

**(a)** Berechnen Sie elektrisches Feld und Potential außerhalb der Kugel ($r > R$). Benutzen Sie dazu die 1. Maxwell'sche Gleichung in integraler Form (für das Feld) und ein Linienintegral (für das Potential).

**(b)** Berechnen Sie das gleiche elektrische Potential (außerhalb der Kugel) durch direktes Integrieren der in der Vorlesung diskutierten Formel

$$\phi(\vec{r}\,) = \iiint dV' \, \frac{\varrho(\vec{r}\,')}{4\pi\varepsilon_0 \, |\vec{r} - \vec{r}\,'\,|}.$$

*Hinweise:* (1) $|\vec{r} - \vec{r}\,'\,| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}\,'}$; (2) $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{b + a\,u}} = \frac{2}{a}\sqrt{b + a\,u}.$

**(c)** Berechnen Sie das elektrische Feld und Potential im Inneren der Kugel ($r < R$).

Benutzen Sie dazu die 1. Maxwell'sche Gleichung in integraler Form und ein Linienintegral.

**(d)** Stellen Sie die radiale Abhängigkeit der berechneten Felder und Potentiale graphisch dar und vergleichen Sie mit dem Potential einer Punktladung $Q$ im Ursprung.

Aufgabe 9 Felder kugelsymmetrischer Ladungsverteilungen (II) [Punkte: 1+1+1 = 3]

Wir betrachten jetzt eine metallische Kugel mit Radius $R$, welche die Gesamtladung $Q$ trägt.

*Hinweis:* Wo befindet sich die Ladung?

**(a)** Berechnen Sie das elektrische Feld für $r < R$ und für $r > R$.

**(b)** Berechnen Sie das Potential in den zwei Regionen.

**(c)** Stellen Sie die radiale Abhängigkeit der berechneten Felder und Potentiale graphisch dar und vergleichen Sie mit dem Potential einer Punktladung $Q$ im Ursprung.

Aufgabe 10 <u>Linienladung</u> [Punkte: 1+2+2 = 5]

Ein unendlich dünner, unendlich langer, gerader Draht trägt die homogene Linienladung $\lambda$ (Ladung pro Längeneinheit). Der Draht definiert die $z$-Achse.

Benutzen Sie Zylinderkoordinaten. Üblicherweise sind diese Koordinaten als $(\rho, \phi, z)$ bezeichnet. Da $\rho$ jedoch bereits die Ladungsdichte darstellt, müssen Sie ein anderes Symbol für den Abstand $\sqrt{x+y}$ von der $z$-Achse verwenden. Empfohlene Schreibweise: $s = \sqrt{x+y}$, sodass die Zylinderkoordinaten $(s, \phi, z)$ sind.

**(a)** Wie lautet die Raumladungsdichte $\rho(\vec{r})$?

> *Hinweis:* Die Antwort ist <u>nicht</u> $\lambda\delta(s)$. Verwenden Sie den Ansatz $\rho(\vec{r}) = u(s)\delta(s)$. Um die Funktion $u(s)$ zu bestimmen, betrachten Sie die Ladung innerhalb eines Zylinders der Länge $L$, dessen Achse mit der $z$-Achse zusammenfällt.

**(b)** Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ mit Hilfe der 1. Maxwell'sche Gleichung in integraler Form.

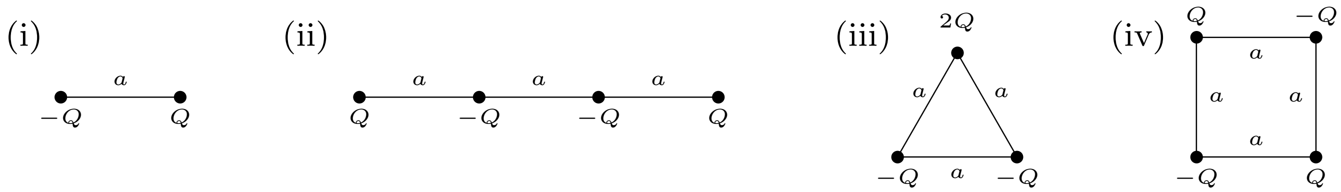
> *Kommentar:* In diesem Aufgabenblatt werden Sie nicht dazu aufgefordert, aber es ist eine gute Übung, das gleiche elektrische Feld auch durch direkte Integration herzuleiten.

**(c)** Berechnen Sie das elektrische Potential. Wo darf der Bezugspunkt liegen?

Aufgabe 11 <u>Dipole</u> [Punkte: 2+2 = 4]

**(a)** Unter welcher Bedingung wird das elektrische Dipolmoment einer Ladungsverteilung *unabhängig* von der Wahl des Koordinatenursprungs?

**(b)** Bestimmen Sie das elektrische Dipolmoment folgender Ladungsanordnungen:




Nehmen Sie die $x$-Achse in horizontaler Richtung und die $y$-Achse in vertikaler Richtung.